EA614 – Análise de Sinais

2º Semestre de 2009 – 2ª Prova – Prof. Renato Lopes

QUESTÃO 1 (1.5 PONTO):

Determine a transformada de Fourier do sinal periódico $\sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta[n-4l] + \delta[n-1-4l] - \delta[n-2-4l] - \delta[n-3-4l]$.

QUESTÃO 2 (1.0 PONTO):

O sinal periódico $\sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta[n-4l] + \delta[n-1-4l] - \delta[n-2-4l] - \delta[n-3-4l]$ (o mesmo da questão anterior) é aplicado a um filtro passa-baixas ideal com freqüência de corte $\pi/4$. Determine o sinal $y[n]$ na saída do filtro.

QUESTÃO 3 (1.5 PONTO):

A resposta ao impulso de um sistema linear e invariante no tempo é dada por $h[n] = 2^{-n} n u[n]$. Determine sua resposta à entrada $x[n] = \mathrm{e}^{j\omega n}$.

QUESTÃO 4 (1.5 PONTO):

Determine o sinal cuja transformada de Fourier é dada por

$$X(\mathrm{e}^{j\omega}) = \frac{1}{1 - \mathrm{e}^{-j\omega}/2} + \frac{1}{1 - \mathrm{e}^{j\omega}/2}.$$

Em particular, determine o valor do sinal nos instantes -1 e 0.

QUESTÃO 5 (1.0 PONTO):

Determine o valor de $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]$, dado que

$$X(\mathrm{e}^{j\omega}) = \frac{1}{1 - \mathrm{e}^{-j\omega}/2} + \frac{1}{1 - \mathrm{e}^{j\omega}/2}.$$

QUESTÃO 6 (1.0 PONTO):

Considere um sinal $x[n]$ com transformada de Fourier $X(\mathrm{e}^{j\omega})$. Você quer calcular sua transformada inversa mas, por engano, aplica a inversa da transformada para sinais contínuos no tempo, obtendo um sinal $x_c(t)$. Determine $x_c(t)$ em função de $x[n]$ e de impulsos. **Dica**: escreva explicitamente $X(\mathrm{e}^{j\omega})$ em função de $x[n]$, em seguida faça a transformada inversa.

QUESTÃO 7 (1.5 PONTO):

Determine a transformada de Fourier de

$$x(t) = t\left(\frac{\mathrm{sen}(t)}{\pi t}\right)^2.$$

QUESTÃO 8 (1.0 PONTO):

Determine a resposta ao impulso de um sistema cuja saída, $y(t)$, está relacionada à entrada, $x(t)$, por

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}y(t) + 2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y(t) + y(t) = x(t).$$

Dica: Faça $x(t) = \delta(t)$, aplique a transformada de Fourier a ambos os lados da equação, e depois use a transformada inversa.

Tabela 1: Propriedades da Série de Fourier a Tempo Discreto (DFT)

Variáveis	$x[n]$ com período $N_0 = 2\pi/\omega_0$ e série a_k $y[n]$ com período $N_0 = 2\pi/\omega_0$ e série b_k
Definição	$x[n] = \sum_{k=<N_0>} a_k \mathrm{e}^{jk\omega_0 n}$
Coeficientes	$a_k = \frac{1}{N_0} \sum_{n=<N_0>} x[n]\mathrm{e}^{-jk\omega_0 n}$
Linearidade	$Ax[n] + By[n] \Longleftrightarrow Aa_k + Bb_k$
Deslocamento Temporal	$x[n-n_0] \Longleftrightarrow a_k \mathrm{e}^{-jk\omega_0 n_0}$
Deslocamento em Freqüência	$e^{jM\omega_0 n}x[n] \Longleftrightarrow a_{k-M}$
Conjugação	$x^*[n] \Longleftrightarrow a^*_{-k}$
Inversão Temporal	$x[-n] \Longleftrightarrow a_{-k}$
Convolução periódica	$\sum_{r=<N_0>} x[r]y[n-r] \Longleftrightarrow N_0 a_k b_k$
Produto	$x[n]y[n] \Longleftrightarrow \sum_{l=<N_0>} a_l b_{k-l}$
Diferença	$x[n] - x[n-1] \Longleftrightarrow \left(1 - \mathrm{e}^{-jk\omega_0}\right) a_k$
Soma Corrida	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k] \Longleftrightarrow \frac{a_k}{1-\mathrm{e}^{-jk\omega_0}}$ Para soma ser periódica, $a_0 = 0$. Nível DC da soma é determinado pela definição.
Simetria, sinal real	$a_k = a^*_{-k}$
Simetria, sinal real e par	a_k é real e par
Simetria, sinal real e ímpar	a_k é imaginário puro e ímpar
Parte par, sinal real	$\mathrm{Ev}\{x[n]\} \triangleq \frac{1}{2}(x[n] + x[-n]) \Longleftrightarrow \Re\{a_k\} \triangleq \frac{1}{2}(a_k + a^*_k)$
Parte ímpar, sinal real	$\mathrm{Od}\{x[n]\} \triangleq \frac{1}{2j}(x[n] - x[-n]) \Longleftrightarrow j\Im\{a_k\} \triangleq \frac{1}{2}(a_k - a^*_k)$
Parseval	$\sum_{n=<N_0>} x[n]y^*[n] = N_0 \sum_{k=<N_0>} a_k b^*_k$
Parseval (Energia)	$\sum_{n=<N_0>} \lvert x[n]\rvert^2 = N_0 \sum_{k=<N_0>} \lvert a_k\rvert^2$