EA614 – Análise de Sinais

2º Semestre de 2009 – 3ª Prova – Prof. Renato Lopes

Questão 1 (1.0 PONTO):

Considere um sistema linear invariante no tempo com resposta ao impulso dada por $h[n] = 0.5^n u[n]$. Determine sua saída quando sua entrada é dada por $x[n] = (1/5)^n + (1/4)^n$. **Dica**: Lembre-se da formulação que levou à definição da transformada $\mathcal{Z}$, e não se esqueça de que o sinal $x[n]$ **não** possui transformada $\mathcal{Z}$.

Questão 2 (1.0 PONTO):

Determine a seqüência $x[n]$ cuja transformada $\mathcal{Z}$ é

$$X(z) = \frac{1}{(1 + 0.5z^{-1})(1 - 0.5z^{-1})}.$$

A região de convergência é tal que o sinal possui transformada de Fourier.

Questão 3 (1.0 PONTO):

Determine a transformada $\mathcal{Z}$ da seqüência dada por

$$x[n] = \begin{cases} n, & \text{para } n = 0, 1, \ldots, 100, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

Qual a sua região de convergência?

Questão 4 (1.0 PONTO):

Determine $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,dt$ e $\int_{-\infty}^{+\infty} t x(t)\,dt$ para um sinal $x(t)$ cuja transformada de Laplace é dada por

$$X(s) = \frac{1}{s+1}, \qquad \Re\{s\} > -1.$$

Qual seria o resultado se a região de convergência fosse dada por $\Re\{s\} < -1$?

Questão 5 (1.0 PONTO):

Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Laplace é dada por $X(s) = \ln(s+1)$, com ROC dada por $\Re\{s\} > -1$.

Questão 6 (2.0 PONTOS):

Seja $X(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s-1)}$.

- Determine a região de convergência de $X(s)$ para o caso em que existe a transformada de Fourier. Determine o sinal $x(t)$ correspondente a esta região de convergência.
- Determine a região de convergência de $X(s)$ para o caso em que $x(t)$ é um sinal à direita. Determine o sinal $x(t)$ correspondente a esta região de convergência.

Questão 7 (1.0 PONTO):

O sinal $x(t) = \cos(2400\pi t)$ é amostrado com freqüência $f_s = 1000\,\text{Hz}$. Para reconstrução, usamos um filtro passa baixas ideal com freqüência de corte de $500\,\text{Hz}$. Determine a freqüência do sinal reconstruído.

Questão 8 (1.5 PONTO):

- Considere um sinal $x(t)$ com o espectro mostrado na figura 1. Suponha que $x(t)$ será amostrado com uma taxa de amostragem de 8.000 amostras/s. Qual faixa de freqüências de $x(t)$ podemos recuperar a partir das amostras $x[n]$?
- Suponha que desejamos implementar **digitalmente** um filtro ideal que passe as freqüências que não foram afetadas por *aliasing* e corte as que foram afetadas. Qual deve ser a freqüência de corte desse filtro?

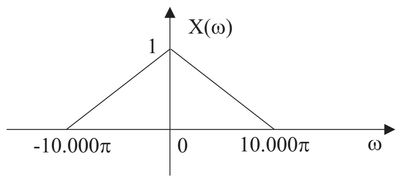

Figura 1: Espectro do sinal relativo aos problemas 8 e 9.

Questão 9 (1.5 Ponto):

- No curso, vimos a propriedade de modulação da transformada de Fourier. De acordo com essa propriedade, a transformada de $y(t) = x(t)\mathrm{e}^{j\omega_c t}$ é $Y(j\omega) = X(j(\omega - \omega_c))$. Para o sinal do problema anterior, com o espectro mostrado na figura 1, esboce o espectro de $y(t)$ para $f_c = 20\,\mathrm{kHz}$.
- Considere agora que queremos implementar digitalmente esta operação de modulação. Para isso, amostraremos o sinal $x(t)$. O sinal resultante, $x[n]$, será multiplicado por uma exponencial discreta, $\mathrm{e}^{j\omega_d n}$. O sinal resultante, $y[n]$, passa por um conversor de digital para analógico ideal, cuja saída é $y(t)$. O sistema resultante está mostrado na figura 2. Lembre-se que os espectros de $y[n]$ e $x[n]$ estão relacionado de acordo com $Y(\mathrm{e}^{j\omega}) = X(\mathrm{e}^{j(\omega-\omega_d)})$
  1. Determine qual é a menor freqüência de amostragem que possibilita a correta representação de **todos** os sinais envolvidos do problema.
  2. Para esta freqüência de amostragem, determine qual deve ser a freqüência da exponencial a tempo discreto, ω_d, que produz o sinal desejado na saída do conversor DA.

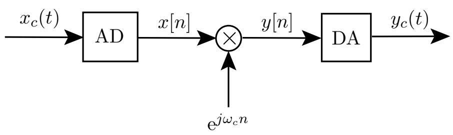

Figura 2: Esquema de modulação digital referente ao problema 9.

Questão 10 (1.0 Ponto):

Considere o sinal a tempo contínuo $x(t)$ com o espectro mostrado na figura 3. Este sinal será amostrado a 20 amostras por segundo, produzindo o sinal $x[n]$.

- Esboce o espectro do sinal amostrado.
- Qual deve ser a característica em freqüência do conversor de digital para analógico que permita a recuperação de $x(t)$ a partir de $x[n]$.

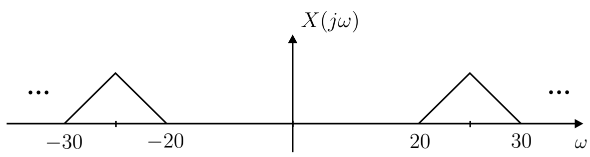

Figura 3: Espectro do sinal relativo ao problema 10.