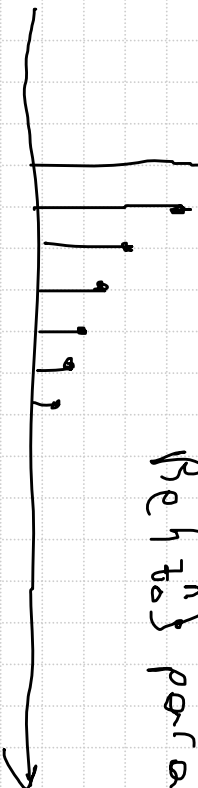


Dúvidas: Impacto do valor de τ no gráfico de

$\text{Re}\{z^n\}$

$\text{Re}\{z^n\}$ para algum valor de $\tau_0 \in \mathbb{C}$

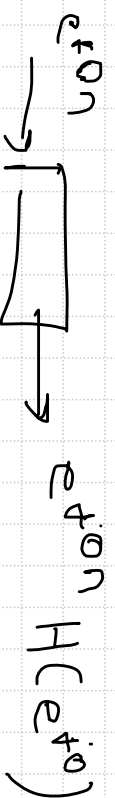


Se $\tau_0 \neq 0$, τ_0' fica assim

- Re nível dc é $\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]$?

Nível de z resposta do sistema a um sinal constante $\Rightarrow u=0 \Rightarrow H(e^{j\omega})|_{\omega=0} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] e^{j\omega n}|_{\omega=0}$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] \quad \text{pq. fazer isso?}$$



Objetivos:

Transformada z e downsampling

Identidade nobres

Implementação eficiente de upsampling e downsampling

Relembrando aula passada:

$$x[n] \rightarrow X(z)$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \boxed{\uparrow L} \end{array} \rightarrow v[n] \rightarrow V(z) = X(z^L)$$

Cuidado ao inverter, usar $X(z) = V(z^{1/L})$, pode parecer termo $z^{-1/L}$, que não tem sentido nesse contexto

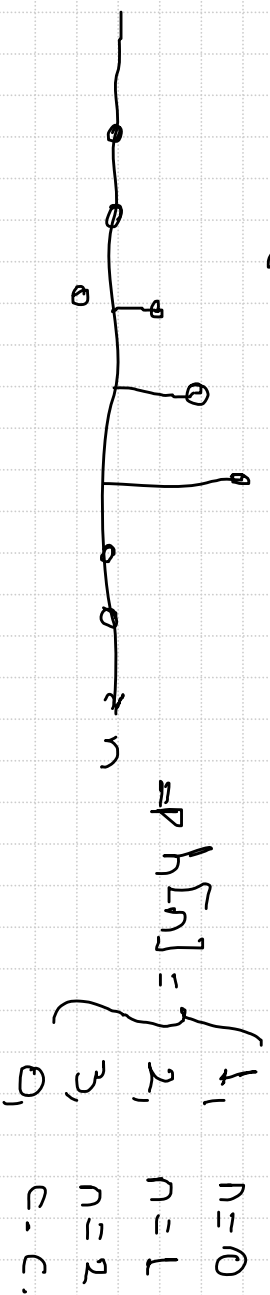
Escrevendo:

$$V(z) = \dots + v[-1]z + v[0] + v[1]z^{-1} + v[2]z^{-2} + \dots$$

$$V(z'_2) = \dots + v[-1]z'_2 + v[0] + v[1]z'^{-1}_2 + v[2]z'^{-2}_2 + \dots$$

z'^{-1}_2 não faz sentido na transformada z , que só reconhece potências inteiras de z .

Problema: Seja $h[n]$ como mostrado abaixo

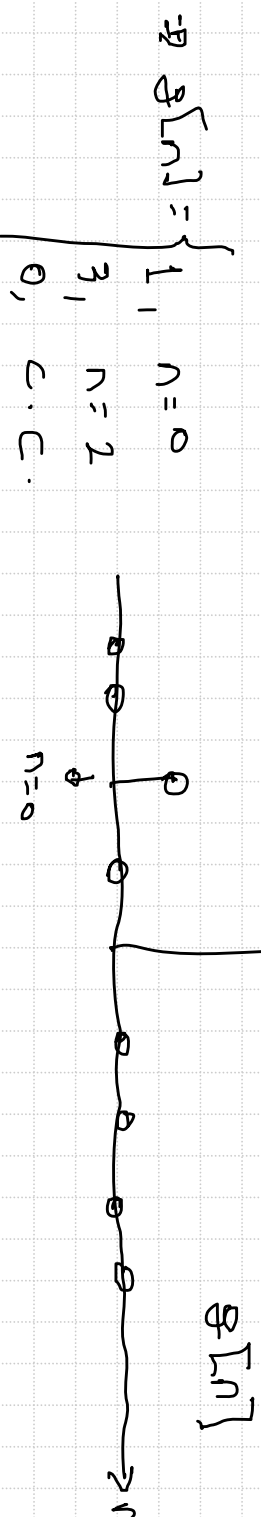


Esboce o sinal $g[n]$ com

$$G(z) = \frac{1}{2} (1 + (z) + H(-z))$$

Solução: $H(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} = 0$

$$G(z) = \frac{1}{2} (1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 1 - 2z^{-1} + 3z^{-2}) = 1 + 3z^{-2}$$



Brincadeira com downsampling

$$H(z) = \dots + h[-2]z^2 + h[-1]z + h[0] + h[1]z^{-1} + h[2]z^{-2} + \dots$$

$$H(-z) = \dots + h[-2]z^2 - h[-1]z + h[0] - h[1]z^{-1} + h[2]z^{-2} + \dots$$

$$\frac{H(z) + H(-z)}{2} = \dots + h[-2]z^2 + \quad + h[0] \quad + h[2]z^{-2} + \dots$$

$\Rightarrow$ Se tem bermos pares, e por tanto bermos z^{-2k} .

$$\text{Downsampling: } v[n] = h[2n]$$

$$\Rightarrow V(z) = \dots h[-2]z + h[0] + h[2]z^{-1} + h[4]z^{-2}$$

$$\Rightarrow V(z) = \frac{H(z^{1/2}) + H((-z)^{1/2})}{2}$$

Brincadeira com downsampling, $M=3$

$$H(z) = \dots + h[0] + h[1] z^{-1} + h[2] z^{-2} + h[3] z^{-3} + \dots$$

$$H(z e^{j\frac{2\pi}{3}}) = \dots + h[0] + h[1] e^{j\frac{2\pi}{3}} z^{-1} + h[2] e^{j\frac{4\pi}{3}} z^{-2} + h[3] \cancel{e^{j\frac{6\pi}{3}} z^{-3}} + \dots$$

$$H(z e^{j\frac{4\pi}{3}}) = \dots + h[0] + h[1] e^{-j\frac{4\pi}{3}} z^{-1} + h[2] e^{-j\frac{8\pi}{3}} z^{-2} + h[3] \cancel{e^{-j\frac{12\pi}{3}} z^{-3}} + \dots$$

$$F(z) = \dots + 3 h[0] + 3 h[3] z^{-3} + \dots$$



Downsampling: $g[n] = h[3n]$

$$\Rightarrow G(z) = \dots h[-3] z + h[0] + h[3] z^{-1} + h[6] z^{-2}$$

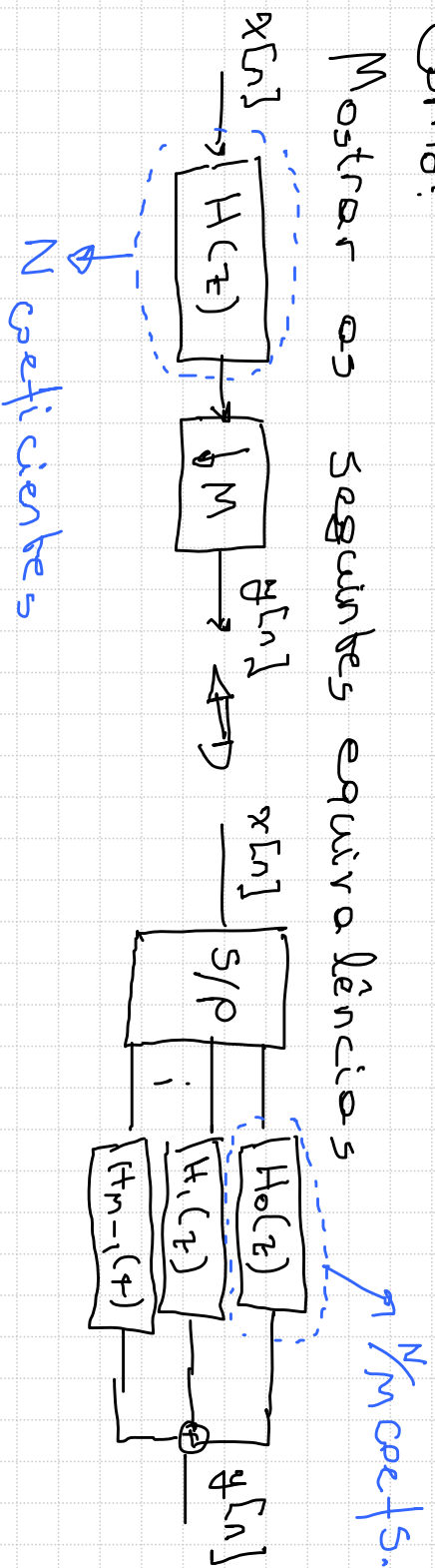
$$\Rightarrow G(z) = \frac{1}{3} F(z^{1/3}) = \frac{1}{3} (1 + (z^{1/3}) + 1 + (e^{j\frac{2\pi}{3}} z^{1/3}) + 1 + (e^{j\frac{4\pi}{3}} z^{1/3}))$$

Identidade Nobres

Objetivo: Implementar upsampling e downsampling de forma simples, sem fazer uma saída de filtro (No caso de downsampling) ou multiplicar e somar zero (no caso de upsampling), e trabalhando na menor taxa de amostragem

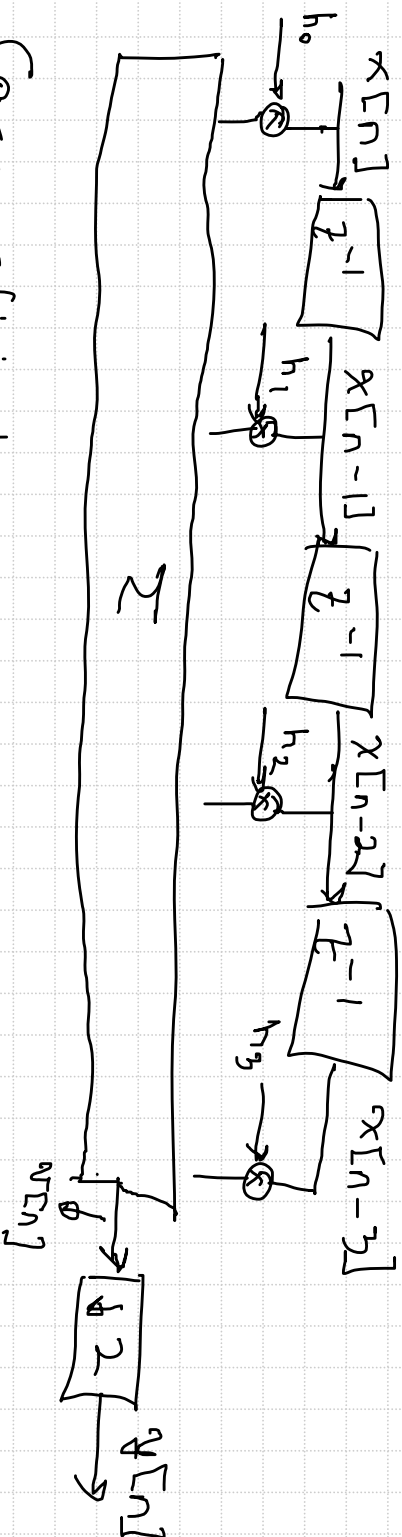
Como?

Mostrar as seguintes equivalências

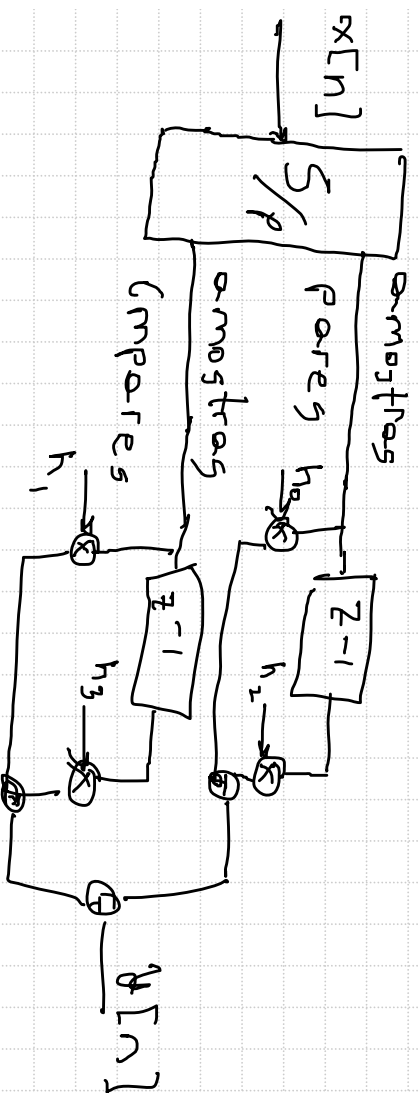


Exemplo com $M=2$ e 4 coeficientes

Caso normal:



Caso eficiente



Caso normal:

$$v[n] = h_0 x[n] + h_1 x[n-1] + h_2 x[n-2] + h_3 x[n-3]$$

$$y[n] = v[2n] + h_0 x[2n] + h_1 x[2n-1] + h_2 x[2n-2] + h_3 x[2n-3]$$

Caso eficiente:

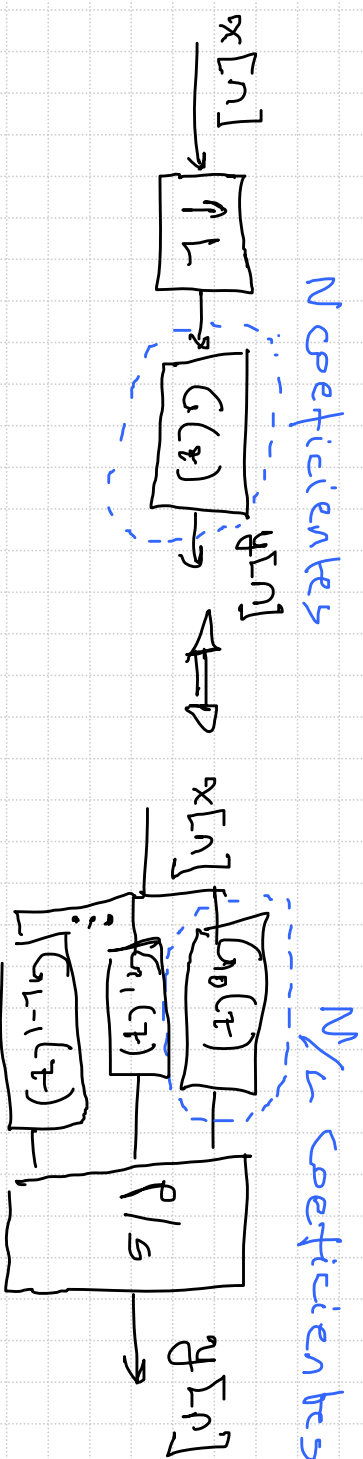
$$x_p[n] = x[2n] \quad (\text{amostras pares})$$

$$x_i[n] = x[2n-1] \quad (\text{amostras ímpares})$$

$$y[n] = h_0 x_p[n] + h_2 x_p[n-1] + h_1 x_i[n] + h_3 x_i[n-1]$$

$$= h_0 x[2n] + h_1 x[2n-1] + h_2 x[2(n-1)] + h_3 x[2(n-1)-1]$$

$$= h_0 x[2n] + h_1 x[2n-1] + h_2 x[2n-2] + h_3 x[2n-3]$$



Problema: Downsampling, $M=2$, $H(z)$ com $N=10$ coeficientes. Quantos produtos eu faço para cada nova amostra de $x[n]$ nos dois casos?

Notas: (produtos na implementação normal, produtos na nova implementação)

- a) 10, 10
- b) 10, 20
- c) 20, 10
- d) 10, 5
- e) 5, 10