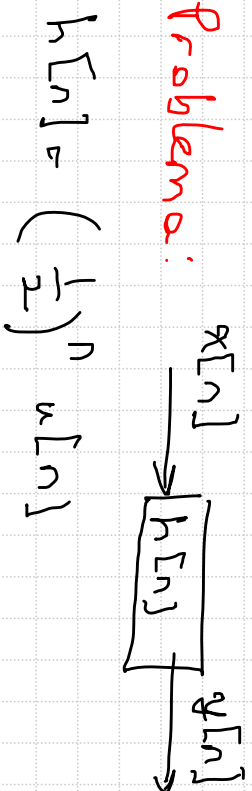


Objetivos:

Motivar a transformada $\mathbb{Z}$

Introduzir as to funções $\mathbb{Z}^n$.

Problema:



$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

Resposta a $x[n] = 1$

a) $\frac{1}{2}$

b) 2

d) $\frac{1}{2} u[n]$

c) ∞

Dica:

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[n-k]$$

$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

c) $u[n]$

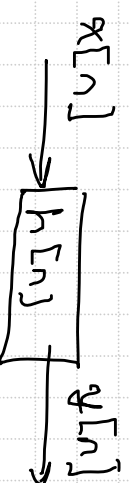
Solução:

Soma de progressão geométrica (PG):

$$\sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r}, \text{ se } |r| < 1$$

$$\Rightarrow y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad | = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$$

Problema:



$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

Resposta a $x[n] = 2^n$

- a) ∞ b) $\frac{4}{3} 2^n u[n]$ c) $\frac{4}{3} 2^n$ d) $\frac{3}{4} 2^n$ e) 0

$$g[n] = \sum_{k=0}^{\infty} h[k] x[n-k] = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k 2^{n-k}$$

$$= 2^n \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k 2^{-k} = 2^n \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^k$$

$$= 2^n \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{3}{4} 2^n$$

Problema:



$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

Resposta a $x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n$

a) $-\left(\frac{1}{4}\right)^n$ b) $-\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$ c) ∞ d) $\left(\frac{1}{4}\right)^n$

Problema:



$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ Resposta a $x[n] = z^n$, z é dado

a) ∞ b) $\frac{1}{1 - \frac{1}{2z}}$ c) $\frac{1}{1 - \frac{1}{2z}}$ d) z^n

Solução:

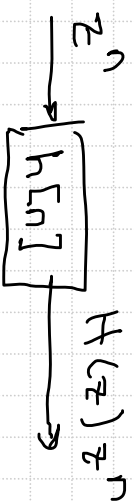
$$\begin{aligned} y[n] &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[n-k] = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k z^{n-k} \\ &= z^n \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2z}\right)^k = \begin{cases} \frac{1}{1 - \frac{1}{2z}} z^n & \left|\frac{1}{2z}\right| < 1 \\ \infty, & \text{c.c.} \end{cases} \end{aligned}$$

Como conclusão, note que se um sinal z^n for colocado na entrada de um sistema linear e invariante no tempo, sua saída será o mesmo sinal z^n , multiplicado por alguma constante. Note também que essa constante depende do valor de z .

Neste ponto, você deve ter notado que o sinal z^n desempenha importante papel nesse curso. No lado prático, note que esses sinais duram desde - infinito até + infinito, e portanto não existem na prática. Entretanto, como sabemos da transformada de Fourier, sinais práticos podem ser construídos como combinações destes termos.

Autovetor de uma matriz A : $Av = \lambda v$

Caso geral:



Prova:

$x[n] = z^n$, z dado

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] z^{n-k} = z^n \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] z^{-k}$$

• Definição: transformada z

$$\mathcal{Z}\{h[n]\} = H(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] z^{-k}$$

- Note que somaória pode não convergir
- Note que, como z é dado, $H(z)$ é constante.
- Diferentes valores de z levam a diferentes ganhos.