UNICAMP – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
EA-617 Introdução à Simulação Analógica

Experiência 7: Resposta em Freqüência dos Equipamentos ECP

4 de novembro de 2005

Sumário

1 Introdução

O objetivo dessa experiência é a identificação dos paramêtros desconhecidos dos modelos dos sistemas ECP, utilizando a técnica de resposta em freqüência e a comparação com os valores obtidos anteriormente através da técnica da resposta temporal da experiência 5. Como na identificação via resposta temporal, sempre que possível adota-se configurações para o sistema ECP que reproduzam sistemas de 2a. ordem sub-amortecidos.

Algumas propriedades fundamentais da resposta em freqüência de sistemas de 2a. ordem levemente amortecidos serão usadas para obter indiretamente parâmetros como massas ou momentos de inércias, constantes de mola e coeficientes de atrito viscoso a partir de medidas da planta quando esta se encontra em configurações clássicas do tipo massa-mola, inércia-mola, ou configurações que utilizem controlador proporcional para “simular”o efeito de força de reconstituição de uma mola.

Assim como na resposta temporal a máxima sobre-elevação e a freqüência de oscilação da reposta caracterizam um sistema de 2a. ordem sub-amortecido, na resposta em freqüência um sistema pouco amortecido apresentará um pico na resposta, na freqüência de ressonância característica, e esses dados o caracterizam.

Na próxima seção serão indicados os procedimentos de identificação baseados na resposta em freqüência de sistemas de 2a. ordem, explicitando o método de medidas que será empregado experimentalmente.

2 Identificação de Sistemas pelo Método Freqüencial

Podemos afirmar que um sistema linear, assintoticamente estável, invariante no tempo e sujeito a uma entrada senoidal, possui em regime estacionário uma saída senoidal com a mesma freqüência de entrada, porém com amplitude e ângulo de fase em geral distintos. Além disso, se $G(s)$ é a função de transferência desse sistema, para uma entrada senoidal de freqüência ω, tem-se

$$|\, G(j\omega)\,| = \left|\frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)}\right| \quad = \quad \text{Relação de amplitude entre a saída senoidal e a entrada senoidal.}$$

$$\underline{|\, G(j\omega)} = \phi(j\omega) \quad = \quad \text{Defasagem da saída senoidal em relação à entrada senoidal.}$$

A saída senoidal em regime estacionário pode ser obtida a partir das características da entrada senoidal (amplitude e freqüência) e das características de $G(j\omega)$ (amplitude e fase). Alternativamente, a função de transferência de um sistema linear pode ser identificada levantando-se os gráficos da relação de amplitudes e ângulos de fase em função da freqüência.

2.1 Resposta em Freqüência de Sistemas de 2a. Ordem

Considere a função de transferência do sistema de 2a. ordem descrita na forma

$$G(s) = \frac{k_{hw}\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Se $0 \leq \xi < \sqrt{2}/2$, os pólos do sistema são complexos conjugados e diz-se que esse tipo de sistema é sub-amortecido e sua resposta em freqüência apresenta um pico de ressonância. Identificar o sistema de 2a. ordem consiste em determinar experimentalmente os parâmetros ξ e ω_n, considerando que o ganho de hardware k_{hw} seja conhecido.

Os seguintes passos devem ser realizados para a identificação experimental:

1. Submete-se o sistema a uma entrada senoidal com amplitude conhecida escolhendo freqüências dentro da faixa de sua utilização. Em regime permanente, se o sistema de 2a. ordem for sub-amortecido, este irá apresentar um pico na freqüência de ressonância ω_r, dado por
$$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2} \tag{1}$$
e o valor de pico na freqüência ω_r normalizado (M_p) é dado por
$$M_p = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \tag{2}$$
vide a apostila da experiência 6. Para a utilização das equações acima, lembre-se que é preciso que ocorra ressonância, e portanto
$$1-2\xi^2 > 0 \quad \rightarrow \quad 0 < \xi < \sqrt{2}/2$$

2. O valor de ξ pode ser obtido diretamente da medida de M_p.

3. O valor da freqüência ω_n pode ser obtido da medida de ω_r e do valor de ξ calculado no passo anterior.

3 Procedimento Experimental

Para executar as medidas necessárias à identificação do sistema é preciso medir a relação de amplitudes entre entrada e saída senoidais e a defasagem entre esses dois sinais. Num ensaio experimental, sabemos que as medidas não serão exatas devido a imprecisões seja no sinal de entrada que está sendo injetado, seja na própria medida devido a imperfeições do medidor. É muito provável que esses sinais sejam imperfeitos devido a presença de ruídos, de interferências de diversas naturezas, de efeito de quantização dos sinais, etc. No ensaio que pretende-se executar, é possível que o resultado de observação de um sinal senoidal tenha semelhança com a curva plotada na Fig. 1.

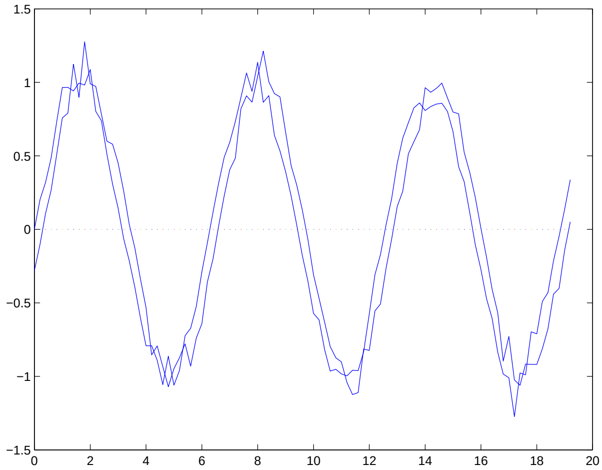


Figura 1: Sinais senoidais com ruído.

Fazer medidas de amplitudes e defasagens entre sinais como os da Fig. 1 é evidentemente muito difícil, e uma vez que as medidas não iriam apresentar a precisão desejada. Para melhorar a qualidade das medidas, faremos um tratamento numérico desses sinais, de acordo com o diagrama da Fig. 2.

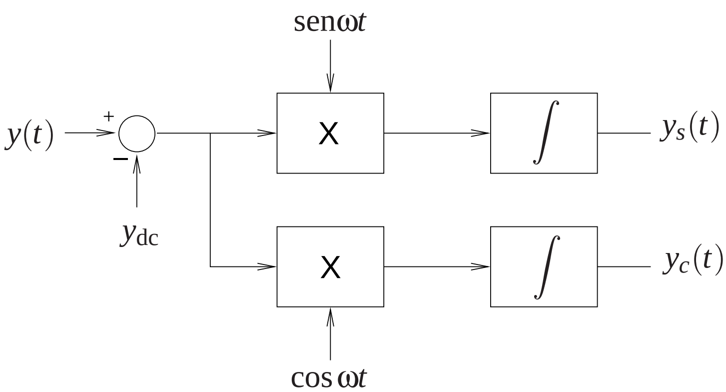


Figura 2: Tratamento de sinal senoidal y para obtenção da amplitude e fase.

Considere um sistema linear e assintoticamente estável, com entrada

$$u(t) = A_0 \text{sen}(\omega t),$$

cuja saída é um sinal senoidal com ruído y que possa ser escrito na forma:

$$y(t) = \bar{y}(t) + e(t)$$

onde $\bar{y}(t) = B_0 \text{sen}(\omega t + \phi)$ é o sinal exato, e $e(t)$ é o sinal causador da imprecisão ou de ruído, isto é $e(t) = y(t) - \bar{y}(t)$. Segundo o diagrama da Fig. 2, para se eliminar os efeitos das imperfeições do sinal, procede-se como a seguir:

1. Considerando um número k de ciclos do sinal, extrai-se o valor médio (valor dc) do sinal $y(t)$, definindo-se

$$y_{\mathrm{dc}} = \frac{\omega}{2k\pi}\int_0^{2k\pi/\omega} y(t)\,dt = \frac{\omega}{2k\pi}\int_0^{2k\pi/\omega} e(t)\,dt$$

   Assim

$$y(t) - y_{\mathrm{dc}} = B_0 \mathrm{sen}(\omega t + \phi) + \bar{e}(t)$$

   onde o sinal $\bar{e}(t)$ tem valor médio nulo.

2. Calcula-se agora a integral dos produtos do sinal e os sinais seno e cosseno de freqüência ω:

$$\begin{aligned} y_s\left(\frac{2k\pi}{\omega}\right) &= \frac{\omega}{2k\pi}\int_0^{2k\pi/\omega} [B_0 \mathrm{sen}(\omega t + \phi) + \bar{e}(t)]\mathrm{sen}\omega t\,dt \\ &= \frac{B_0}{2}\cos\phi - \frac{B_0\omega}{4k\pi}\int_0^{2k\pi/\omega}\cos(2\omega t+\phi)\,dt + \frac{\omega}{2k\pi}\int_0^{2k\pi/\omega}\bar{e}(t)\mathrm{sen}\omega t\,dt \end{aligned} \tag{3}$$

   Analogamente,

$$y_c\left(\frac{2k\pi}{\omega}\right) = \frac{B_0}{2}\mathrm{sen}\phi - \frac{B_0\omega}{4k\pi}\int_0^{2k\pi/\omega}\mathrm{sen}(2\omega t+\phi)\,dt + \frac{\omega}{2k\pi}\int_0^{2k\pi/\omega}\bar{e}(t)\cos\omega t\,dt \tag{4}$$

   As expressões acima podem ser simplificadas após algumas considerações. Note que a segunda integral nas expressões (3) e (4) é nula e a terceira apresenta como integrando o produto de dois sinais de média nula ($\bar{e}$ e seno ou cosseno), dividida pelo intervalo de integração, dado por $2k\pi/\omega$. Consequentemente o valor da última integral em (3) e (4) deve ser desprezível, o que nos permite expressar:

$$y_s\left(\frac{2k\pi}{\omega}\right) \approx \frac{B_0}{2}\cos\phi, \quad \text{e} \quad y_c\left(\frac{2k\pi}{\omega}\right) \approx \frac{B_0}{2}\mathrm{sen}\,\phi \tag{5}$$

   Podemos afirmar que estas aproximações serão mais precisas quanto maior for o intervalo de integração $2k\pi/\omega$, ou equivalentemente o número de ciclos. Com hipóteses gerais sobre o sinal aleatório $\bar{e}(t)$[1] é possível concluir que a terceira integral em (3) e (4) tendem a zero quando k tende a infinito.

   Das expressões em (5), podemos avaliar a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ como

$$A_r = \frac{B_0}{A_0} = \frac{2\sqrt{y_s^2 + y_c^2}}{A_0}, \quad \phi = \arctan\left(\frac{y_c}{y_s}\right)$$

3.1 Procedimento de cálculo da relação de amplitudes e defasagem

Para exemplificar e detalhar o procedimento a ser usado no laboratório, considere a observação típica do comportamento do sinal de excitação e de saída de um dos equipamentos do laboratório. A Fig. 3 mostra um destes ensaios, capturados graficamente através da opção do software **Data**, **Export Raw Data**.

[1] $t \to e(t)$ deve ser um processo ergódico.

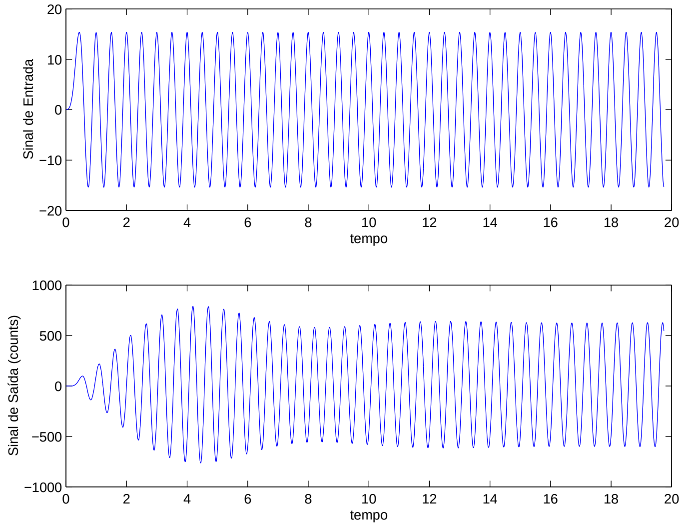


Figura 3: Sinais de entrada e de saída típicos de um sistema ECP.

Após o transitório inicial do sistema, ele entra em regime indicado pelo valor constante de amplitude da saída. Para fazermos o cálculo explicado anteriormente é preciso selecionar no segundo gráfico o início do que consideramos o comportamento de regime permanente senoidal, e um número inteiro de ciclos até o final do conjunto de dados. Isso é feito através do programa Matlab `manipula.m` com a seguinte entrada de dados:

```
≫ manipula
              Nome do arquivo com os dados (.txt)        :> tor_f20.txt
                     Frequencia utilizada (em Hz)        :> 2.0
          Coluna de dados com o sinal de entrada         :> 3
            Coluna de dados com o sinal de saida         :> 4
Nome do arquivo para guardar a frequencia (f), a
    fase (fi), a relacao de amplitudes (Ar), e a
amplitude do sinais de saida (Bo) (extensao .txt)        :> meu_result.txt
```

Onde:

- `tor_f2_0.txt` é o nome do arquivo gravado com os dados do ensaio utilizando o recurso de **Export Raw Data** do software. As 3 linhas iniciais deste arquivo devem estar "comentadas" para uso do Matlab (símbolo `%` no início das linhas).

  Importante: O nome do arquivo gravado deve fazer referência à freqüência utilizada no ensaio, para uso no programa `compara.m`. No exemplo acima a freqüência utilizada foi 2 Hz, especificada na segunda linha da entrada de dados.

- As colunas de dados de entrada/saída declaradas se referem às colunas do arquivo `tor_f20.txt`. Verifique a ordem definida no arquivo de dados do seu ensaio, ou seja, *anote as colunas com os sinais de entrada e de saída.*

- O arquivo meu_result.txt, nesse exemplo, irá guardar o resultado desejado de forma cumulativa, isto é, os dados de freqüência f, relação de amplitude A_r, defasagem ϕ e amplitude de saída B_0 serão gravados nesse arquivo numa nova linha, se o arquivo existir; caso contrário, cria-se o arquivo e grava-se os dados. O nome utilizado pode ser qualquer, com extensão txt.

Os dados carregados são passados para uma função Matlab chamada defasagem.m, que apresenta a seguinte estrutura de chamada:

```
[fi,Ar,Bo]=defasagem(A,f,ce,cs)
```

A é o nome do arquivo de dados já presentes no *workspace* do Matlab, f, ce e cs são respectivamente, as freqüências dos sinais, e as colunas dos sinais de entrada e saída. Retorna então os dados de defasagem, relação de amplitudes e o valor de amplitude de saída a partir da realização do cálculo esquematizado na Fig. 2.

Para a comparação e verificação de consistência dos resultados obtidos com a resposta temporal e a resposta freqüencial, os diagramas de Bode devem ser construídos. Para sobrepor os resultados graficamente utilize a rotina compara.m da seguinte maneira:

1. Utilizando os valores dos parâmetros obtidos anteriormente através da resposta temporal, construa a função de transferência apropriada para o ensaio através do comando tf. Suponha que o nome dado seja g1.

2. Supondo que g1 esteja disponível no *workspace* do Matlab, utilize o programa compara.m da seguinte forma:

```
≫ compara
Entre com a função de transferência do sistema,
ela já deve estar disponível utilizando o comando "tf",
verifique se o ensaio foi feito com ou sem controle.
Nome da função de transferência pré-definida   :>  g1
Nome do arquivo onde estão os valores de freqüência (f), fase (fi),
e relação de amplitudes (Ar) (extensão .txt)   :> meu_result.txt
Freqüências mínima e máxima para os diagramas de Bode.
Entre com fmin na forma fmin=10^n1 [Hz]   :> 0.1
Entre com fmax na forma fmin=10^n2 [Hz]   :> 10
```

A figura com o diagrama de Bode correspondente será criada. Se os resultados estiverem adequados, o resultado deve ser parecido com o da Fig. 4. O Matlab não determina corretamente a fase de sistemas de fase não-mínima, e a rotina compara_pendulo.m é específica para o pêndulo que tem essa característica.

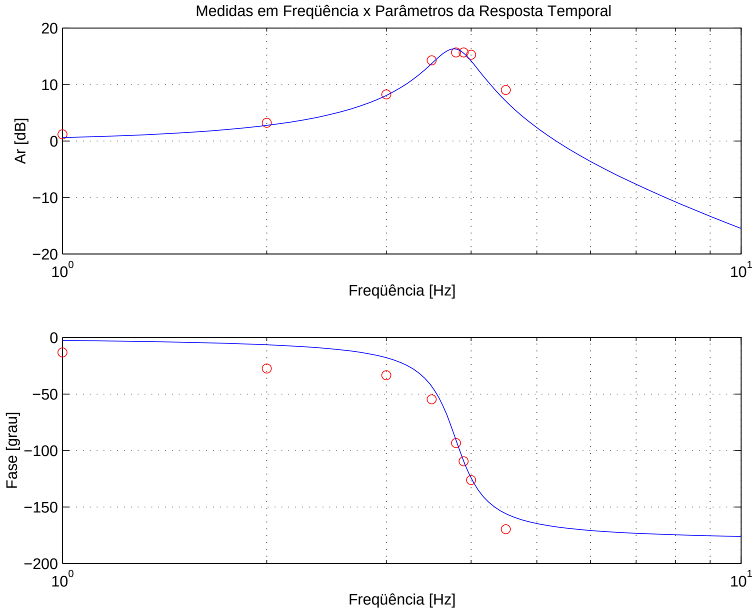


Figura 4: Resultado comparado do experimentos: resposta temporal e resposta em freqüência.

3.2 Identificação de parâmetros do emulador industrial

3.2.1 Disco de atuação sem pesos

1. Com o controlador desligado, configure o emulador com o disco de atuação desconectado do restante do conjunto;

2. Com o controlador ligado, entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e defina **Ts=0.00442s** para **Continuous Time**. No menu **Set-up** selecione **PID** e **Set-up Algorithm**. Entre com os valores $K_p = 0.03$ **e** $K_d = K_i = 0$, selecione **Feedback Encoder #1** e **OK**. Selecione **Implement Algorithm** e depois **OK**;

3. Vá para o **Set-up Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Commanded Position** e **Encoder #1** como variáveis a adquirir, e especifique amostragem de dados a cada **3 ciclos**.

4. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory** e selecione **Sinusoidal**. Em **Set-up** selecione **Closed-Loop**, e para o ajuste da amplitude oriente-se pela curva dada na Fig. 5a. A curva serve como referência para os valores de amplitudes, principalmente em torno da freqüência de ressonância, indicada pelos seus valores mínimos. Para freqüências inferiores a da ressonância, o limite pode ser ligeiramente ultrapassado para superar o atrito seco (ou atrito de Coulomb), enquanto para freqüências superiores um limite menor do que o indicado pela curva deve ser respeitado. Essa curva provê um ajuste das

amplitudes de entrada para que se observe na saída amplitudes de magnitude semelhantes em todas as freqüências[2];

5. Na opção **Frequency** selecione um conjunto de 6 a 8 valores de freqüências diferentes na faixa indicada na Fig. 5a, concentrando as escolhas na região próxima à freqüência de ressonância. Após detectar a freqüência de ressonância adequadamente, selecione mais três freqüências abaixo desta e três acima, dentro da faixa indicada. Para a escolha do número de períodos para execução do movimento, considere um valor suficientemente alto para que o sistema entre em regime, mas não tão longo, para que os arquivos a serem salvos não fiquem excessivamente grandes. Nestes experimentos os valores típicos são de 30 a 40 ciclos;

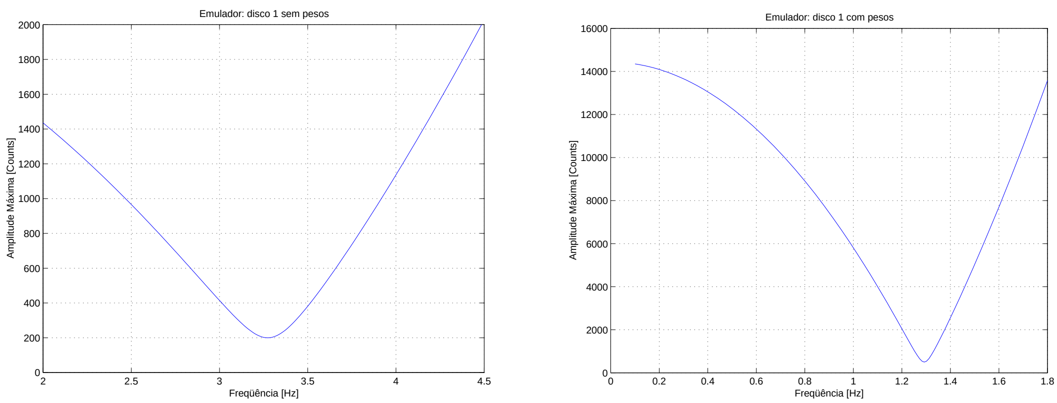


Figura 5: Valores máximos de amplitude: a) disco de atuação sem pesos; b) disco de atuação com pesos.

6. Retorne para o **Background Screen**, clicando sucessivamente **OK**. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders. Comande a execução do movimento com **Execute** no menu **Command**;

7. Através do **Plot** da curva de resposta, verifique se houve de fato tempo para o sistema entrar em regime permanente; caso não seja observado o comportamento de regime, aumente o número de ciclos no menu **Command**, **Trajectory**, **Sinusoidal** e descarte o ensaio. Caso a resposta tenha atingido o regime permanente, salve esses dados num arquivo com extensão `txt`, através do menu **Data**, **Export Raw Data**. Dê um nome apropriado a esse arquivo que faça referência à *configuração utilizada* e a *freqüência empregada* neste ensaio, para uso posterior no programa `manipula.m`. Repita esse procedimento para todas as medidas efetuadas.

8. Após a finalização das medidas, utilize os arquivos de dados gravados como entrada para o programa `manipula.m`, escolhendo a posição comandada **Commanded Position**

[2] Via de regra, escolha amplitudes suficientemente altas para que o movimento tenha grandes excursões que superem o *atrito de Coulomb*, mas não tão grandes para evitar que *comportamentos não-lineares* devido a saturação, desbalanceamentos, etc. se tornem aparentes na resposta.

como sinal de entrada e a posição do disco de atuação **Encoder #1 Position** como sinal de saída. Obtenha a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ para cada uma das freqüências medidas. Posteriomente utilize o programa `compara.m` para obter o gráfico com os resultados do experimento, conforme explicado na seção 3.1.

9. Através da freqüência de ressonância ω_r e máximo pico M_p medidos, determine o fator de amortecimento $\xi_{1\text{sp}}$ e a freqüência natural de oscilação ω_{n1sp} através das expressões (1) e (2).

3.2.2 Disco de atuação com pesos

1. Com o controlador desligado, fixe quatro massas de 212 [g] sobre o disco de atuação. Os pesos devem ser fixados a $d = 4{,}5$ [cm] do centro do disco, e os pesos têm o raio $r = 1{,}5$ [cm]. A inércia total dos pesos é determinada por

$$J_w = 4\left(md^2 + \frac{1}{2}mr^2\right);$$

2. Repita os passos de 2 a 8 utilizados no experimento anterior, considerando agora a Fig. 5b como referência para as amplitudes.

3. Considere J_w a inércia total dos pesos, K_p o ganho do controlador e k_{hw} o ganho de hardware. Da mesma forma que na experiência de identificação através da resposta temporal (Experiência 5), use as seguintes relações para obter o momento de inércia J_{dd} do disco de atuação e o coeficiente de atrito c_{dd} do disco:

$$\omega_{\text{n1sp}}^2 = \frac{K_p k_{hw}}{J_{dd}}, \qquad \omega_{\text{n1cp}}^2 = \frac{K_p k_{hw}}{J_w + J_{dd}}, \qquad 2\xi_{1\text{sp}}\,\omega_{\text{n1sp}} = \frac{c_{dd}}{J_{dd}};$$

4. Junte os gráficos necessários, os parâmetros obtidos, e compare com os resultados da identificação por resposta temporal, indicando a consistência ou não dos dois experimentos.

   Com os ensaios descritos nos dois experimentos com o disco de atuação, o grupo deve ter obtido os paramêtros deste disco (momento de inércia J_{dd}, coeficiente de atrito sem pesos c_{dd}) e o ganho de hardware k_{hw}.

3.2.3 Discos de atuação e de carga conectados

1. Com o controlador desligado, retire os pesos do disco de atuação, do disco de carga e coloque o sistema na seguinte configuração:

   – Engrenagens no pino SR: $n_{pd} = 24$ (atuação e pino), $n_{pl} = 36$ (carga e pino),

   – Correias: 140 (atuação e pino) e 260 (carga e pino);

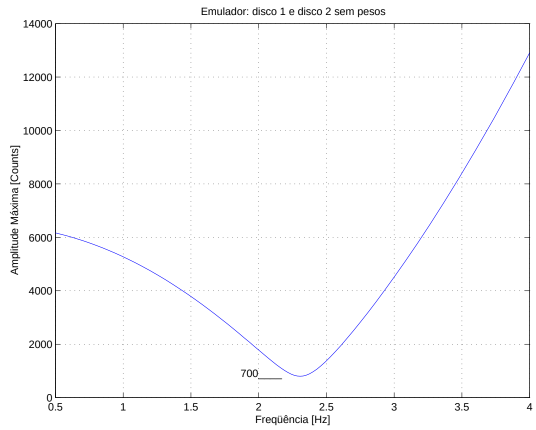


Figura 6: Valores máximos de amplitude: discos conectados sem pesos.

2. Na caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** no menu **Data** inclua também para aquisição de dados a informação do **Encoder #2**. Considere agora a Fig 6 como referência para as amplitudes, e repita os passos de 2 a 6 indicados no experimento do disco de atuação sem pesos.

3. Escolhendo a posição comandada **Commanded Position** como entrada e a posição do disco de atuação **Encoder #1 Position** como saída, utilize o programa `manipula.m` para obter a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ para cada uma das freqüências medidas. A função de transferência do sistema de dois discos com realimentação é de 2a. ordem, envolvendo os parâmetros dos discos: inércia J_{dd} e J_{dl} e coeficiente de atrito sem pesos c_{dd} e c_{dl}, a inércia do pino SR J_{pi}, a constante de hardware k_{hw} e o ganho do controlador K_p. Esta função de transferência é dada na seção 6 da apostila da Experiência 5, sendo o momento de inércia equivalente dado por

$$J_{dd} + \frac{J_{pi}}{g_r'^2} + \frac{J_{dl}}{g_r^2}, \quad g_r = 6\frac{n_{pd}}{n_{pl}}, \quad g_r' = \frac{n_{pd}}{12}$$

e a inércia J_{pi} do pino SR com engrenagens é dada por

$$J_{pi} = J_{SR} + J_{n_{pd}} + J_{n_{pl}}$$

onde
$$\begin{array}{lll} J_{SR} &= 8{,}0\times 10^{-6} & \text{inércia do pino,} \\ J_{n_{pd}} &= 3{,}1\times 10^{-5} & \text{inércia da engrenagem de 24 dentes,} \\ J_{n_{pl}} &= 3{,}9\times 10^{-5} & \text{inércia da engrenagem de 36 dentes.} \end{array}$$

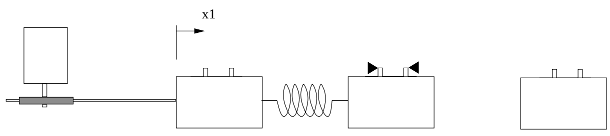
4. Utilize o programa `compara.m` com a função de transferência obtida dos dados do experimento de resposta temporal, e os dados deste experimento, conforme explicado na seção 3.1, para traçar os diagramas de Bode para essa configuração. Com os dados da resposta temporal, construa a função de transferência $\Theta_1(s)/R(s)$ dada na seção 6 da apostila da Experiência 5, onde $R(s)$ é a posição comandada **Commanded Position** em [counts].

5. Com os parâmetros obtidos nos experimentos descritos nas seções 3.2.1 e 3.2.2, e os valores de inércia dados acima, obtenha os parâmetros do disco de carga (J_{dl} e c_{dl}). Verifique se os valores encontrados nessa experiência estão compatíveis com os encontrados na experiência de resposta temporal.

3.3 Identificação de parâmetros do sistema retilíneo

3.3.1 Carro #1 sem pesos

1. Com o controlador desligado, trave o segundo carro utilizando uma chave apropriada, conforme o diagrama abaixo. Conecte o primeiro e o segundo carros utilizando uma mola de dureza média;



2. Com o controlador ligado, entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e defina **Ts=0.00442s** para **Continuous Time**. Vá para o **Set-up Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Commanded Position** e **Encoder #1** como variáveis a adquirir, e especifique amostragem de dados a cada **3 ciclos**.

3. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory** e selecione **Sinusoidal**. Em **Set-up** selecione **Open-Loop**, e para o ajuste da amplitude oriente-se pela curva dada na Fig. 7a. A curva serve como referência para os valores de amplitudes, principalmente em torno da freqüência de ressonância, indicada pelos seus valores mínimos. Para freqüências inferiores a da ressonância, o limite pode ser ligeiramente ultrapassado para superar o atrito seco (ou atrito de Coulomb), enquanto para freqüências superiores um limite menor do que o indicado pela curva deve ser respeitado. Essa curva provê um ajuste das amplitudes de entrada para que se observe na saída amplitudes de magnitude semelhantes em todas as freqüências[3];

4. Na opção **Frequency** selecione um conjunto de 6 a 8 valores de freqüências diferentes na faixa indicada na Fig. 7a, concentrando as escolhas na região próxima à freqüência de ressonância. Após detectar a freqüência de ressonância adequadamente, selecione mais três freqüências abaixo desta e três acima, dentro da faixa indicada. Para a escolha do número de períodos para execução do movimento, considere um valor suficientemente alto para que o sistema entre em regime, mas não tão longo, para que os arquivos a serem salvos não fiquem excessivamente grandes. Nestes experimentos os valores típicos são de 30 a 40 ciclos;

[3] Via de regra, escolha amplitudes suficientemente altas para que o movimento tenha grandes excursões que superem o *atrito de Coulomb*, mas não tão grandes para evitar que a mola seja excessivamente distendida, apresentado então *comportamento não-linear*.

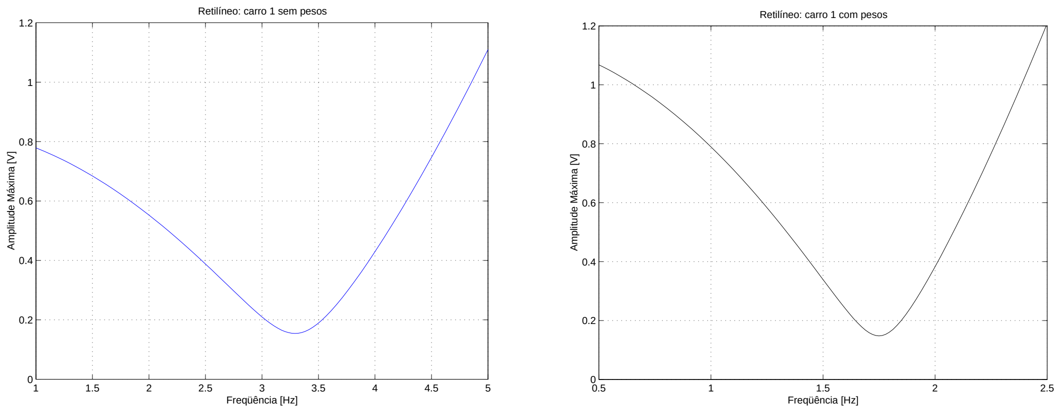


Figura 7: Valores máximos de amplitude: a) carro #1 sem pesos; b) carro #1 com pesos.

5. Retorne para o **Background Screen**, clicando sucessivamente **OK**. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders. Comande a execução do movimento com **Execute** no menu **Command**;

6. Através do **Plot** da curva de resposta, verifique se houve de fato tempo para o sistema entrar em regime permanente; caso não seja observado o comportamento de regime, aumente o número de ciclos no menu **Command**, **Trajectory**, **Sinusoidal** e descarte o ensaio. Caso a resposta tenha atingido o regime permanente, salve esses dados num arquivo com extensão `txt`, através do menu **Data**, **Export Raw Data**. Dê um nome apropriado a esse arquivo que faça referência à *configuração utilizada* e a *freqüência empregada* neste ensaio, para uso posterior no programa `manipula.m`. Repita esse procedimento para todas as medidas efetuadas.

7. Após a finalização das medidas, utilize os arquivos de dados gravados como entrada para o programa `manipula.m`, escolhendo a posição comandada **Commanded Position** como sinal de entrada e a posição do carro #1 **Encoder #1 Position** como sinal de saída. Obtenha a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ para cada uma das freqüências medidas. Posteriomente utilize o programa `compara.m` para obter o gráfico com os resultados do experimento, conforme explicado na seção 3.1.

8. Através da freqüência de ressonância ω_r e máximo pico M_p medidos, determine o fator de amortecimento $\xi_{1\text{sp}}$ e a freqüência natural de oscilação $\omega_{n1\text{sp}}$ através das expressões (1) e (2).

3.3.2 Carro #1 com pesos

1. Com o controlador desligado, fixe quatro massas de 500g sobre o primeiro carro;

2. Repita os passos de 2 a 8 utilizados no experimento anterior, considerando agora a Fig. 7b como referência para as amplitudes.

3. Da mesma forma que na experiência de identificação através da resposta temporal (Experiência 5), denote por m_w o peso combinado das 4 massas, e use as seguintes relações para obter a massa m_1 do primeiro carro sem carga, a constante de mola k_1, e o coeficiente de atrito c_{1sp} do carro #1 sem pesos:

$$\omega_{n1sp}^2 = \frac{k_1}{m_1}, \qquad \omega_{n1cp}^2 = \frac{k_1}{m_w + m_1}, \qquad 2\xi_{1sp}\,\omega_{n1sp} = \frac{c_{1sp}}{m_1};$$

4. Junte os gráficos necessários, os parâmetros obtidos, e compare com os resultados da identificação por resposta temporal, indicando a consistência ou não dos dois experimentos.

   Com os ensaios descritos nos dois experimentos com o carro #1, o grupo deve ter obtido os paramêtros deste carro (massa m_1, coeficiente de atrito viscoso sem pesos c_1), a constante da mola (k_1) e o ganho de hardware k_{hw}.

3.3.3 Carros #1 e #2 conectados

1. Com o controlador desligado, destrave o segundo carro e retire os pesos dos carros;

2. Repita os passos de 2 a 6 indicados no experimento do carro #1 sem pesos. Inclua também para aquisição de dados a informação do **Encoder #2**. Considere agora a Fig. 8 como referência para as amplitudes.

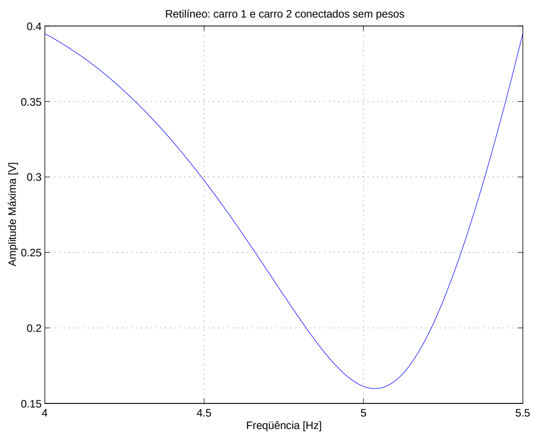


Figura 8: Valores máximos de amplitude: carros #1 e #2 conectados sem pesos.

3. Escolhendo a posição do carro #1 como entrada e a posição do carro #2 como saída, utilize o programa `manipula.m` para obter a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ para cada uma das freqüências medidas. Com essa escolha de entrada e saída, a função de transferência em questão é de 2a. ordem, envolvendo a constante de mola k_1 e os parâmetros do carro #2: massa m_2 e coeficiente de atrito sem pesos c_2 (mostre isto). Utilize o programa `compara.m` com a função de transferência obtida dos dados do

experimento de resposta temporal, e os dados deste experimento, conforme explicado na seção 3.1.

Com o valor da constante da mola k_1 obtido nos experimentos descritos em 3.3.1 e 3.3.2 obtenha os parâmetros do carro #2 (m_2 e c_2).

4. Verifique se estes valores estão compatíveis com os dados encontrados na experiência de resposta temporal. Para a análise comparativa, construa a função de transferência $X_2(s)/F(s)$ dada por

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{k_1}{D_r(s)}$$

com $D_r(s) = m_1 m_2 s^4 + (c_1 m_2 + c_2 m_1)s^3 + [(m_1+m_2)k_1 + c_1 c_2]s^2 + (c_1+c_2)k_1 s$.

Acrescente o ganho k_{hw} de forma que $k_{hw}X_2(s)/F(s) = X_2(s)/E(s)$ onde $E(s)$ é a posição comandada **Commanded Position** em [counts], e trace os Diagramas de Bode utilizando o programa `compara.m`.

3.4 Identificação de parâmetros do sistema torcional

3.4.1 Disco #1 sem pesos

1. Com o controlador desligado trave o disco #2 utilizando um pino e uma chave apropriada;

2. Com o controlador ligado, entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e defina **Ts=0.00442s** para **Continuous Time**. Vá para o **Set-up Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Commanded Position** e **Encoder #1** como variáveis a adquirir, e especifique amostragem de dados a cada **2 ciclos**.

3. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory** e selecione **Sinusoidal**. Em **Set-up** selecione **Open-Loop**, e para o ajuste da amplitude oriente-se pela curva dada na Fig. 9a. A curva serve como referência para os valores de amplitudes, principalmente em torno da freqüência de ressonância, indicada pelos seus valores mínimos. Para freqüências inferiores a da ressonância, o limite pode ser ligeiramente ultrapassado para superar o atrito seco (ou atrito de Coulomb), enquanto para freqüências superiores um limite menor do que o indicado pela curva deve ser respeitado. Essa curva provê um ajuste das amplitudes de entrada para que se observe na saída amplitudes de magnitude semelhantes em todas as freqüências[4];

4. Na opção **Frequency** selecione um conjunto de 6 a 8 valores de freqüências diferentes na faixa indicada na Fig. 9a, concentrando as escolhas na região próxima à freqüência de ressonância. Após detectar a freqüência de ressonância adequadamente, selecione mais três freqüências abaixo desta e três acima, dentro da faixa indicada. Para a escolha do

[4] Via de regra, escolha amplitudes suficientemente altas para que o movimento tenha grandes excursões que superem o *atrito de Coulomb*, mas não tão grandes para evitar que a mola de torsão seja excessivamente distendida, apresentado então *comportamento não-linear*.

número de períodos para execução do movimento, considere um valor suficientemente alto para que o sistema entre em regime, mas não tão longo, para que os arquivos a serem salvos não fiquem excessivamente grandes. Nestes experimentos os valores típicos são de 30 a 40 ciclos;

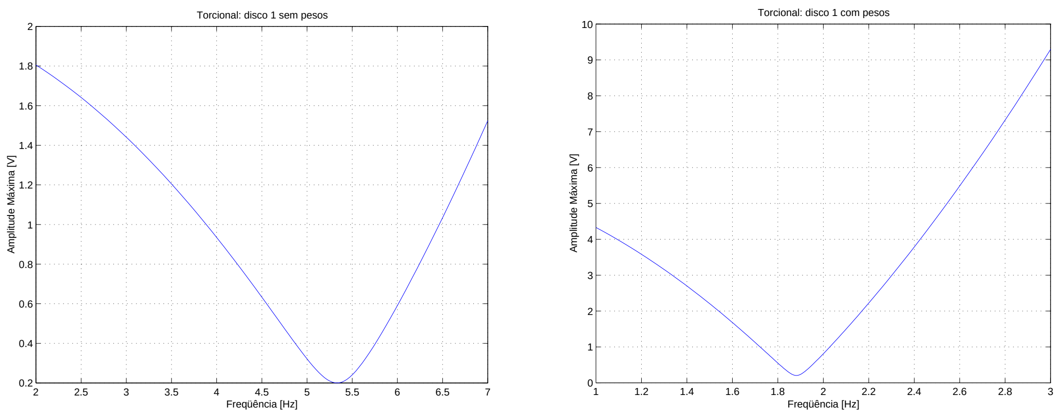


Figura 9: Valores máximos de amplitude: a) disco #1 sem pesos; b) disco #1 com pesos.

5. Retorne para o **Background Screen**, clicando sucessivamente **OK**. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders. Comande a execução do movimento com **Execute** no menu **Command**;

6. Através do **Plot** da curva de resposta, verifique se houve de fato tempo para o sistema entrar em regime permanente; caso não seja observado o comportamento de regime, aumente o número de ciclos no menu **Command**, **Trajectory**, **Sinusoidal** e descarte o ensaio. Caso a resposta tenha atingido o regime permanente, salve esses dados num arquivo com extensão `txt`, através do menu **Data**, **Export Raw Data**. Dê um nome apropriado a esse arquivo que faça referência à *configuração utilizada* e a *freqüência empregada* neste ensaio, para uso posterior no programa `manipula.m`. Repita esse procedimento para todas as medidas efetuadas.

7. Após a finalização das medidas, utilize os arquivos de dados gravados como entrada para o programa `manipula.m`, escolhendo a posição comandada **Commanded Position** como sinal de entrada e a posição do disco #1 **Encoder #1 Position** como sinal de saída. Obtenha a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ para cada uma das freqüências medidas. Posteriomente utilize o programa `compara.m` para obter o gráfico com os resultados do experimento, conforme explicado na seção 3.1.

8. Através da freqüência de ressonância ω_r e máximo pico M_p medidos, determine o fator de amortecimento ξ_{1sp} e a freqüência natural de oscilação ω_{n1sp} através das expressões (1) e (2).

3.4.2 Disco #1 com pesos

1. Com o controlador desligado, fixe quatro massas de 500 [g] sobre o primeiro disco. Os pesos devem ser fixados a $d = 9{,}0$ [cm] do centro do disco, e os pesos têm o raio $r = 4{,}95/2$ [cm]. A inércia total dos pesos é determinada por

$$J_w = 4\big(md^2 + \frac{1}{2}mr^2\big);$$

2. Repita os passos de 2 a 8 utilizados no experimento anterior, considerando agora a Fig. 9b como referência para as amplitudes.

3. Considere J_w a inércia total dos pesos, e da mesma forma que na experiência de identificação através da resposta temporal (Experiência 5), use as seguintes relações para obter o momento de inércia J_1 do primeiro disco sem carga, a constante de torsão da primeira mola k_1, e o coeficiente atrito $c_{1\text{sp}}$ do disco #1 sem pesos:

$$\omega^2_{\text{n1sp}} = \frac{k_1}{J_1}, \qquad \omega^2_{\text{n1cp}} = \frac{k_1}{J_w + J_1}, \qquad 2\xi_{1\text{sp}}\,\omega_{\text{n1sp}} = \frac{c_{1\text{sp}}}{J_1};$$

4. Junte os gráficos necessários, os parâmetros obtidos, e compare com os resultados de identificação por resposta temporal, indicando a consistência ou não dos dois experimentos.

   Com os ensaios descritos nos dois experimentos com o disco #1, o grupo deve ter obtido os paramêtros deste disco (momento de inércia J_1, coeficiente de atrito viscoso sem pesos c_1), a constante de torsão da mola (k_1) e o ganho de hardware k_{hw}.

3.4.3 Discos #1 e #3 conectados

1. Com o controlador desligado, retire os pesos do disco #1, remova o disco #2 e certifique-se que o disco #3 esteja instalado;

2. Repita os passos de 2 a 6 indicados no experimento do disco #1 sem pesos. Inclua também para aquisição de dados a informação do **Encoder #3**. Considere agora a Fig. 10 como referência para as amplitudes.

3. Escolhendo a posição do disco #1 como entrada e a posição do disco #3 como saída, utilize o programa `manipula.m` para obter a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ para cada uma das freqüências medidas. Com essa escolha de entrada e saída, a função de transferência em questão é de 2a. ordem, envolvendo a constante da mola de torsão equivalente $1/k_{\text{eq}} = 1/k_1 + 1/k_3$ e os parâmetros do disco #3: inércia J_3 e coeficiente de atrito sem pesos c_3 (mostre isto). Utilize o programa `compara.m` com a função de transferência obtida dos dados do experimento de resposta temporal, e os dados deste experimento, conforme explicado na seção 3.1.

   Com o valor da constante da mola k_1 obtido nos experimentos descritos em 3.4.1 e 3.4.2 obtenha os parâmetros do disco #2 (J_3 e c_3), supondo que a constante da mola k_3 seja idêntica à k_1.

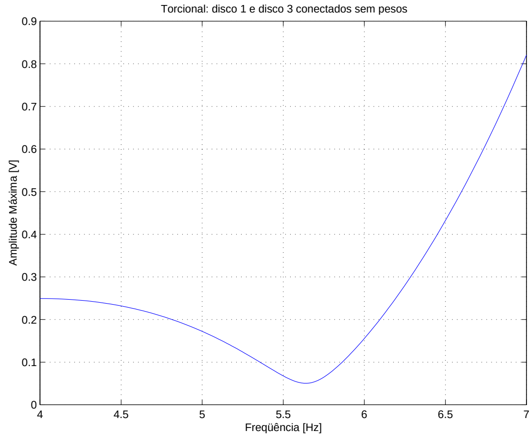


Figura 10: Valores máximos de amplitude: discos #1 e #3 conectados sem pesos.

4. Verifique se estes valores estão compatíveis com os dados encontrados na experiência de resposta temporal. Para a análise comparativa, construa a função de transferência $\Theta_3(s)/T(s)$ dada por
$$\frac{\Theta_3(s)}{T(s)} = \frac{k_{\text{eq}}}{D_t(s)}$$
com $D_t(s) = J_1J_3s^4 + (c_1J_3 + c_3J_1)s^3 + [(J_1 + J_3)k_{\text{eq}} + c_1c_3]s^2 + (c_1 + c_3)k_{\text{eq}}s$.
Acrescente o ganho k_{hw} de forma que $k_{hw}\Theta_3(s)/T(s) = \Theta_3(s)/E(s)$ onde $E(s)$ é a posição comandada **Commanded Position** em [counts], e trace os Diagramas de Bode utilizando o programa `compara.m`.

3.5 Identificação dos parâmetros do pêndulo invertido

3.5.1 Parâmetros da haste deslizante

1. Com o controlador desligado, trave a haste principal na posição vertical com os calços apropriados. Retire os pesos "orelhas" da haste deslizante, e coloque-a na posição central $x = 0$;

2. Com o controlador ligado, entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e defina **Ts=0.001768s** para **Continuous Time**. No menu **Set-up** selecione **PID** e **Set-up Algorithm**. Entre com os valores $K_p = 0.075$ **e** $K_d = K_i = 0$, selecione **Feedback Encoder #2** e **OK**. Selecione **Implement Algorithm** e depois **OK**;

3. Vá para o **Setup Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Commanded Position** e **Encoder #2** como variáveis a adquirir, e especifique uma amostragem de dados a cada 5 ciclos;

4. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory** e selecione **Sinusoidal**. Em **Set-up** selecione **Closed-Loop**, e para o ajuste da amplitude oriente-se pela curva dada na Fig. 11a.

A curva serve como referência para os valores de amplitudes, principalmente em torno da freqüência de ressonância, indicada pelos seus valores mínimos. Para freqüências inferiores a da ressonância, o limite pode ser ligeiramente ultrapassado para superar o atrito seco (ou atrito de Coulomb), enquanto para freqüências superiores um limite menor do que o indicado pela curva deve ser respeitado. Essa curva provê um ajuste das amplitudes de entrada para que se observe na saída amplitudes de magnitude semelhantes em todas as freqüências[5];

5. Na opção **Frequency** selecione um conjunto de 6 a 8 valores de freqüências diferentes na faixa indicada na Fig. 11a, concentrando as escolhas na região próxima à freqüência de ressonância. Após detectar a freqüência de ressonância adequadamente, selecione mais três freqüências abaixo desta e três acima, dentro da faixa indicada. Para a escolha do número de períodos para execução do movimento, considere um valor suficientemente alto para que o sistema entre em regime, mas não tão longo, para que os arquivos a serem salvos não fiquem excessivamente grandes. Nestes experimentos os valores típicos são de 30 a 40 ciclos;

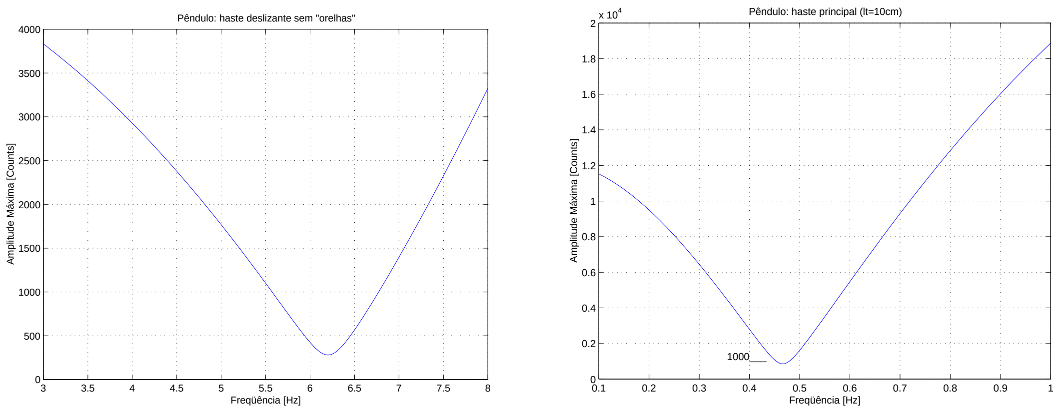


Figura 11: Valores máximos de amplitude: a) haste deslizante sem pesos; b) haste principal com contrapesos ($\ell_{w2} = -13{,}75$cm).

6. Retorne para o **Background Screen**, clicando sucessivamente **OK**. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders. Comande a execução do movimento com **Execute** no menu **Command**;

7. Através do **Plot** da curva de resposta, verifique se houve de fato tempo para o sistema entrar em regime permanente; caso não seja observado o comportamento de regime, aumente o número de ciclos no menu **Command**, **Trajectory**, **Sinusoidal** e descarte o ensaio. Caso a resposta tenha atingido o regime permanente, salve esses dados num arquivo com extensão `txt`, através do menu **Data**, **Export Raw Data**. Dê um nome apropriado a esse arquivo que faça referência à *configuração utilizada* e a *freqüência*

[5] Via de regra, escolha amplitudes suficientemente altas para que o movimento tenha grandes excursões que superem o *atrito de Coulomb*, mas não tão grandes para evitar que *comportamentos não-lineares* devido a saturação, desbalanceamentos, etc. se tornem aparentes na resposta.

empregada neste ensaio, para uso posterior no programa `manipula.m`. Repita esse procedimento para todas as medidas efetuadas.

8. Após a finalização das medidas, utilize os arquivos de dados gravados como entrada para o programa `manipula.m`, escolhendo a posição comandada **Commanded Position** como sinal de entrada e a posição do disco de atuação **Encoder #1 Position** como sinal de saída. Obtenha a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ para cada uma das freqüências medidas. Posteriomente utilize o programa `compara.m` para obter o gráfico com os resultados do experimento, conforme explicado na seção 3.1.

9. Através da freqüência de ressonância ω_r e máximo pico M_p medidos, determine o fator de amortecimento ξ_1 e a freqüência natural de oscilação ω_{n1} através das expressões (1) e (2).

10. Considere K_p o ganho do controlador e o ganho de hardware $k_s k_f k_x$. Da mesma forma que na experiência de identificação através da resposta temporal (Experiência 5, seção 9.1), use as seguintes relações para obter a massa da haste deslizante m_{1o} e o coeficiente de atrito viscoso c_1

$$\omega_{n1}^2 = \frac{K_p k_s k_f k_x}{m_{1o}}, \qquad 2\xi_1\,\omega_{n1} = \frac{c_1}{m_{1o}};$$

11. Junte os gráficos necessários, os parâmetros obtidos, e compare com os resultados de identificação por resposta temporal, indicando a consistência ou não dos dois experimentos.

3.5.2 Parâmetros da haste principal

1. Com o controlador desligado, destrave a haste principal. Coloque o contrapeso a 10,0 [cm] da base do pivot, o que corresponde a posicionar o seu centro de massa em $\ell_{w2} = -13{,}75$ [cm] (configuração estável);

2. Implemente o controle da haste deslizante, conforme o passo 2 da seção 3.5.1;

3. Vá para o **Setup Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Commanded Position**, **Encoder #1** e **Encoder #2** como variáveis a adquirir, e especifique uma amostragem de dados a cada 35 ciclos;

4. Siga o procedimento indicado nos passos de 4 a 7 da seção 3.5.1 utilizando agora como referência para valores de amplitudes a curva da Fig. 11b;

5. Escolhendo a posição da haste deslizante **Encoder #2** como entrada e posição da haste principal **Encoder #1** como saída, utilize o programa `manipula.m` para obter a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ para cada uma das freqüências medidas. Com essa escolha de entrada e saída, a função de transferência em questão é de 2a. ordem, envolvendo os parâmetros do pêndulo na seguinte forma:

$$\frac{\Theta(s)}{X_1(s)} = G_2(s) = -\frac{k_a}{k_x} \cdot \frac{m_1(\ell_0 s^2 - g)}{J^* s^2 + c_r s - g(m_1\ell_0 + m_2\ell_c)} \tag{6}$$

onde $c_r = 0{,}01439$ é o coeficiente de atrito da haste rotacional, e os outros parâmetros do pêndulo são apresentados na Tabela 2 da apostila da Experiência 4. Mostre a validade dessa função de transferência, a partir da funções de transferência linearizadas do pêndulo apresentadas na apostila da Experiência 5, equações (18) e (19), acrescentando o coeficiente de atrito c_r e os ganhos adequados para expressar $\Theta(s)$ e $X_1(s)$ em counts. Utilize o programa `compara.m` com a função de transferência obtida dos dados do experimento de resposta temporal, e os dados deste experimento, conforme explicado na seção 3.1.

6. A partir da freqüência de ressonância obtida, calcule o momento de inércia J_0^* da haste principal, considerando a função de transferência em (6) e o fator de amortecimento desprezível.

7. Junte os gráficos necessários, o valor de J_0^* calculado, e compare com os resultados obtidos da identificação por resposta temporal e da Tabela 2 da Experiência 4, indicando a consistência ou não dos experimentos.

3.6 Identificação dos parâmetros do levitador magnético

3.6.1 Disco #1 em malha fechada

1. Com o controlador desligado, configure o levitador somente com o disco #1;

2. Ligue o controlador. Entre no menu **Set-up** e selecione **Set-up Sensor Calibrator**. Selecione **Calibrate Sensor** e **Apply Thermal Compensation**. Utilize os valores de e, f, g e h, determinados na **Experiência 2**, que se encontram disponíveis na configuração `Cal_2005.cfg`.

3. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768s**. Carregue o algoritmo **P.alg** através da opção **Load from disk**. Em seguida selecione **Edit Algorithm** e certifique-se de que o ganho do controlador proporcional é $K_p = 0.55$. Em seguida selecione **Implement Algorithm**. O disco irá se mover para a altura de 2,0 [cm] mantendo-se nesta posição;

4. Vá para o **Setup Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Commanded Position** e **Variable Q10** como variáveis a adquirir, e especifique uma amostragem de dados a cada 2 ciclos;

5. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory** e selecione **Sinusoidal**; em **Set-up** selecione **Closed-Loop**. Faça medidas em frequências específicas na faixa de de 1 a 6 Hz, e para o ajuste da amplitudes oriente-se pela Tabela 1.

   Esses pontos servem como referência para os valores de amplitudes, e estão localizados em torno da freqüência de ressonância[6];

[6] Via de regra, escolha amplitudes suficientemente altas para que o movimento tenha grandes excursões que superem o *atrito de Coulomb*, mas não tão grandes para evitar que *comportamentos não-lineares* devido a não-hogeneidade do fluxo magnético, desbalanceamentos, etc. se tornem aparentes na resposta.

Tabela 1: Sugestão de amplitudes para o experimento.

Frequência [Hz]	Amplitude [counts]
2,0	4.000
3,0	1.000
4,0	1.000
5,0	1.800

6. Na opção **Frequency** selecione um conjunto de 6 a 8 valores de freqüências diferentes na faixa indicada na na Tabela 1, concentrando as escolhas na região próxima à freqüência de ressonância. Após detectar a freqüência de ressonância adequadamente, selecione mais três freqüências abaixo desta e três acima, dentro da faixa indicada. Para a escolha do número de períodos para execução do movimento, considere um valor suficientemente alto para que o sistema entre em regime, mas não tão longo, para que os arquivos a serem salvos não fiquem excessivamente grandes. Nestes experimentos os valores típicos são de 30 a 40 ciclos;

7. Retorne para o **Background Screen**, clicando sucessivamente **OK**. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders. Comande a execução do movimento com **Execute** no menu **Command**;

8. Através do **Plot** da curva de resposta, verifique se houve de fato tempo para o sistema entrar em regime permanente; caso não seja observado o comportamento de regime, aumente o número de ciclos no menu **Command**, **Trajectory**, **Sinusoidal** para valores próximos de 60 ciclos e descarte o ensaio anterior. Caso a resposta tenha atingido o regime permanente, salve esses dados num arquivo com extensão `txt`, através do menu **Data**, **Export Raw Data**. Dê um nome apropriado a esse arquivo que faça referência à *configuração utilizada* e a *freqüência empregada* neste ensaio, para uso posterior no programa `manipula.m`. Repita esse procedimento para todas as medidas efetuadas.

9. Após a finalização das medidas, utilize os arquivos de dados gravados como entrada para o programa `manipula.m`, escolhendo a posição comandada **Commanded Position** como sinal de entrada e a posição do disco #1 **Variable Q10** como sinal de saída. Obtenha a relação de amplitudes A_r e a defasagem ϕ para cada uma das freqüências medidas. Posteriomente utilize o programa `compara.m` para obter o gráfico com os resultados do experimento, conforme explicado na seção 3.1.

10. Através da freqüência de ressonância ω_r e máximo pico M_p medidos, determine o fator de amortecimento ξ_1 e a freqüência natural de oscilação ω_{n1} através das expressões (1) e (2).

11. Considere K_p o ganho do controlador e a massa do disco #1 $m_1 = 123$[g]. Da mesma forma que na experiência de identificação através da resposta temporal (Experiência 5, seção 10.2), use as seguintes relações para obter o valor de k_{hw} e do coeficiente de atrito

c_1

$$\omega_{n1}^2 = \frac{K_p k_{hw}}{m_1}, \qquad 2\xi_1\,\omega_{n1} = \frac{c_1}{m_1}.$$

3.6.2 Disco #1 sem compensação da força magnética

Neste experimento vamos implementar somente a compensação da não-linearidade do sensor de posição, mantendo a relação de interação não-linear dos campos magnéticos entre a bobina (atuador) e o disco magnético. Nesta situação, a interação magnética entre a bobina e o disco magnético provoca uma força de repulsão que se opõe a força peso, cuja resultante é uma força de reconstituição equivalente à de uma mola mecânica. Para operação com pequenos deslocamentos em torno de um ponto de operação, utilizando a linearização do atuador por série de Taylor, define-se uma "mola" cuja constante vamos denotar por k_1, e o levitador com um disco pode ser estudado como um sistema massa mola simples. Para a análise, utiliza-se inicialmente o modelo não-linear para um único disco:

$$m_1\ddot{y}_1 + c_1\dot{y}_1 = Fu_{11}(y_1) - m_1 g$$

Para o estudo em questão, a expressão da força Fu_{11} deve ser linearizada em torno do ponto de operação (u_{10}, y_{10}), usando a expansão em série de Taylor:

$$\begin{aligned} Fu_{11} \cong & Fu_{11}(u_{10},y_{10}) + \frac{\partial Fu_{11}}{\partial u_1}(u_{10},y_{10})(u_1 - u_{10}) + \frac{\partial Fu_{11}}{\partial y_1}(u_{10},y_{10})(y_1 - y_{10}) \\ = & \frac{u_1}{a(100y_{10}+b)^4} - \frac{400u_{10}}{a(100y_{10}+b)^5}y_1 + \frac{400u_{10}y_{10}}{a(100y_{10}+b)^5} \end{aligned}$$

Assim, adotando-se u_{10} de tal forma que

$$\frac{400u_{10}y_{10}}{a(100y_{10}+b)^5} = m_1 g \tag{7}$$

o modelo linearizado fica:

$$m_1\ddot{y}_1 + c_1\dot{y}_1 + \frac{400u_{10}}{a(100y_{10}+b)^5}y_1 = \frac{u_1}{a(100y_{10}+b)^4} \tag{8}$$

De modo que a frequência de ressonância do sistema linearizado é tal que:

$$\omega_n^2 = \sqrt{\frac{400u_{10}}{a(100y_{10}+b)^5}\cdot\frac{1}{m_1}}$$

- **Determinação de k_1 (Efeito de mola entre a bobina #1 e o disco #1).**

Para estas medidas a configuração é identica à anterior, ou seja somente o disco #1 estará presente :

1. Adote a altura y_{10} de equilíbrio do disco #1 como 2,0 [cm] e calcule através da expressão (7) o valor da corrente u_{10} [A] necessária para levar o disco ao equilíbrio. Utilize o comando `solve` do Matlab para este cálculo da seguinte forma:
`u0=solve('400*u0*y0/(a*(100*y0+b)^5)=m1*g','u0')`, introduzindo os valores numéricos das constantes;

2. No menu **File** carregue os parâmetros de calibração do sensor. Através da opção **Load Settings** carregue o arquivo "Cal_2005.cfg". Entre no menu **Setup**, **Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** $Y_{cal} = a/Y_{raw} + f/\mathbf{sqrt}(Y_{raw}) + g + h * Y_{raw}$ e habilite a opção **Apply Thermal Compesation;**

3. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768s**. Carregue o algoritmo **MA.alg** através da opção **Load Algorithm**. Usando a opção **Edit**, introduza no algoritmo o valor calculado de u_{10} na unidade counts (= Ampère $\times 10^4$). Em seguida selecione **Implement Algorithm**. O disco deve se mover para a altura de 2,0 [cm] mantendo-se nesta posição;

   Observação: Nesta situação o sistema levitador opera sem a compensação do atuador e sem controle; somente a compensação da força peso está sendo utilizada para manter o disco a altura de 2,0 [cm]. Para pequenos deslocamentos, a interação magnética entre o disco e a bobina pode ser considerada como um efeito de mola.

4. Entre no menu **Data** a seguir **Setup Data Aquisition** e selecione **Commanded Position**, **Control Effort** e **Variable Q10**;

5. Repita os passos de 5 a 8 utilizados no experimento anterior, considerando agora a Tabela 2 como referência para as amplitudes;

Tabela 2: Sugestão de amplitudes para o experimento.

Frequência [Hz]	Amplitude [counts]
2,0	2.000
3,0	1.400
4,0	1.800
5,0	3.000

6. A partir da freqüência de ressonância e do valor de pico obtidos determine o valor de k_1 e compare com o valor teórico conforme expressão (8).

Referências

[1] Ogata, K., *Engenharia de Controle Moderno*, 2a. Edição, Prentice-Hall do Brasil, 1993.

[2] Franklin, G. F., Powell, J. D., Emami-Naeini, A., *Feedback Control of Dynamic Systems*, 2nd Edition, Addison-Wesley, 1990.

[3] Soderström, T., Stoica, P., System Identification, Prentice Hall, 1987.

[4] Manual for Model 220 – Industrial Emulator/Servo Trainer, ECP, 1995.

[5] Manual for Model 210/210a – Rectilinear Control System, ECP, 1998.

[6] Manual for Model 205/205a – Torcional Control System, ECP, 1997

[7] Manual for Model 505 – Inverted Pendulum, ECP, 1994.

[8] Manual for Model 730 – Magnetic Levitation System, ECP, 1999.