



UNICAMP – Faculdade de Engenharia
Elétrica e de Computação
EA-619 Laboratório de Análise Linear

Experiência 3: Identificação de Parâmetros dos
Equipamentos ECP: Resposta Temporal

13 de setembro de 2017

Sumário

1	Introdução	2
2	Modelo das Plantas Mecânicas ECP	3
2.1	Emulador Industrial	3
2.2	Sistema Retilíneo	5
2.3	Sistema Torcional	6
2.4	Pêndulo Invertido	7
2.5	Levitador Magnético	9
2.5.1	Modelo matemático não-linear do caso #1	9
2.5.2	Linearização do modelo	10
3	Funções de Transferência das Plantas Mecânicas	12
3.1	Diagramas de blocos	15
4	Elementos de um Sistema ECP	16
4.1	Representação dos Sistemas ECP	20
4.2	Funções Auxiliares	22
5	Identificação de Parâmetros dos Equipamentos ECP	22
5.1	Álgebra de Blocos para o Sistema com Realimentação	22
5.2	Identificação Experimental	23
6	Procedimento Experimental	24
7	Procedimento Experimental: Emulador Industrial	27
7.1	Medidas de resposta ao degrau	27

8 Procedimento Experimental: sistema retilíneo	28
9 Procedimento Experimental: sistema torcional	29
9.1 Medidas de resposta ao degrau	29
10 Procedimento Experimental: pêndulo invertido	30
10.1 Identificação da haste deslizante	30
10.2 Estimação do momento de inércia do pêndulo invertido	31
10.3 Cálculo da massa da haste deslizante	33
10.4 Cálculo do momento de inércia da haste principal	34
11 Procedimento Experimental: levitador magnético	36
11.1 Identificação do atuador não-linear	36
11.2 Identificação do modelo linearizado por compensação	36
11.3 Identificação do atuador não-linear	37
11.4 Medidas do ganho do sistema k_{hw} e do coeficiente de atrito viscoso c_1	39

1 Introdução

O objetivo dessa experiência é descrever os elementos que compõem uma planta de bancada ECP, visando a obtenção de modelos dinâmicos apropriados para a descrição dos seus sub-sistemas. A planta mecânica é estudada a partir das equações diferenciais lineares ou linearizadas que descrevem o seu comportamento dinâmico. Também são analisados os aspectos funcionais dos demais módulos integrantes, descrevendo-se a finalidade de cada módulo no acionamento da planta mecânica, na obtenção de medidas das variáveis de posição, velocidade, na exibição dos dados, etc.

Representa-se cada elemento da planta através da *função de transferência*, obtida via *transformada de Laplace*. Este procedimento permite descrever de maneira homogênea todos os elementos do sistema, integrando-os na forma de *diagrama de blocos*. Nos casos em que a planta apresente elementos não-lineares, adotaremos o procedimento de linearização para se obter o diagrama de blocos correspondente.

Muitos sistemas físicos são adequadamente modelados através de equações diferenciais. Na modelagem, de início determinamos a forma mais apropriada de descrição do sistema, e adotamos um *modelo* descrito por equações diferenciais que seja apropriado ao sistema físico e ao mesmo tempo, leve em conta os propósitos do estudo. Os objetivos do estudo é que irão, em última análise, determinar o grau de detalhamento e complexidade do modelo adotado, definindo a inclusão ou não de comportamentos secundários, e o uso das aproximações e simplificações. Essas considerações permitem estabelecer a classe de modelos adequada, definindo por exemplo a ordem das equações diferenciais envolvidas,

se elas devem ser lineares ou não-lineares, etc. A partir dessa adequação, não faremos mais distinção entre o sistema original e o modelo adotado.

Numa segunda etapa, procuramos a determinação completa do modelo/sistema para a análise, e notamos que só uma classe geral de modelos não basta. É preciso *identificar* completamente o modelo/sistema, isto é, conhecer os valores dos parâmetros presentes no modelo adotado. O objetivo final desta experiência é a identificação dos parâmetros desconhecidos do modelo, utilizando a resposta temporal dos sistemas. As configurações utilizadas em todas as plantas dão origem a modelos lineares de 2a. ordem sub-amortecidos, cuja resposta temporal é caracterizada facilmente pela frequência de oscilação, o decaimento logarítmico e o ganho do sistema. Aplicando-se tensão constante na entrada do sistema, que será feito em outro experimento, é possível avaliar os ganhos dos elementos de acionamento.

2 Modelo das Plantas Mecânicas ECP

Nesta seção apresenta-se o modelo de equações diferenciais para as cinco plantas mecânicas ECP existentes no laboratório. Serão adotados procedimentos de linearização dos modelos sempre que necessário.

Faz-se referência ao capítulo 5 do manual de cada equipamento que deve ser consultado para maiores detalhes sobre o comportamento dinâmico da planta correspondente.

2.1 Emulador Industrial

Dois tipos de modelos são discutidos no manual:

- **Modelos rígidos** - as correias de transmissão são consideradas rígidas;
- **Modelos flexíveis** - uma das correias de transmissão é flexível.

Faremos o desenvolvimento do modelo rígido, conforme a Fig. 1. Dessa figura pode-se mostrar que a razão entre as velocidades angulares

$$\theta_1 = g_r \theta_2$$

é dada pela relação

$$g_r = \frac{r_\ell r_{p1}}{r_{p2} r_d}$$

onde

r_ℓ : raio (ou número de dentes) da polia do disco de carga;

r_d : raio (ou número de dentes) da polia do disco de acionamento;

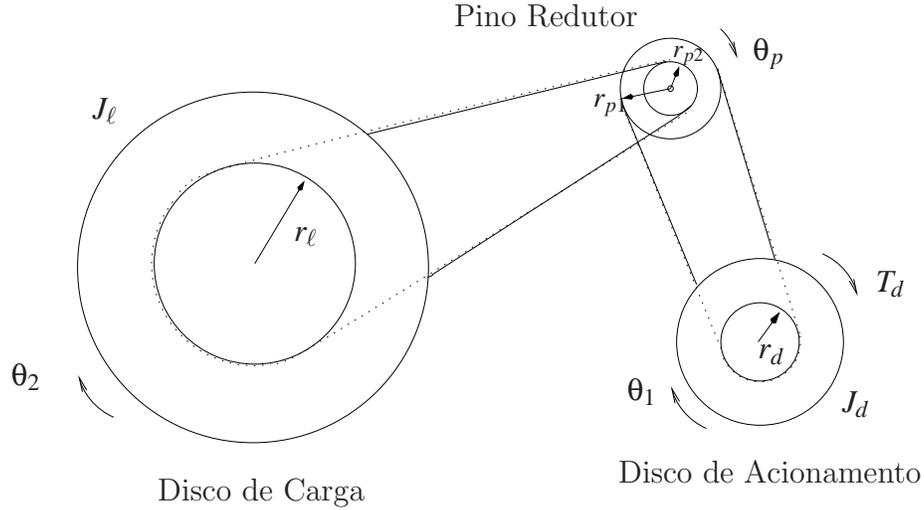


Figura 1: Modelo do Emulador Industrial: Planta Rígida.

r_{p1} : raio (ou número de dentes) da polia no pino redutor conectado ao disco de acionamento;

r_{p2} : raio (ou número de dentes) da polia no pino redutor conectado ao disco de carga.

Considere também a relação

$$g'_r = \frac{r_{p1}}{r_d}$$

que refere-se à razão entre as velocidades do disco de acionamento e do pino redutor, isto é $\theta_1 = g'_r \theta_p$. Como a inércia refletida de um dado componente é proporcional ao quadrado da razão entre as velocidades, dado o momento de inércia da carga J_ℓ , essa inércia refletida para o disco de acionamento é

$$J_{\ell r} = \frac{J_\ell}{g_r^2}$$

Da mesma forma, a partir do momento de inércia do pino J_p , podemos definir

$$J_{pr} = \frac{J_p}{g_r^2}$$

A inércia total do sistema refletida para o disco de acionamento é expressa por

$$J_d^* = J_d + \frac{J_p}{(g'_r)^2} + \frac{J_\ell}{(g_r)^2} \quad (1)$$

Admitindo-se a existência de atrito viscoso nos discos de acionamento e carga, com coeficientes c_1 e c_2 respectivamente, tem-se de forma similar que o coeficiente de atrito refletido para o disco de acionamento é

$$c_d^* = c_1 + \frac{c_2}{g_r^2}$$

Supondo-se que efeitos não-ideais como flexibilidade, folgas, atritos estáticos e outras não-linearidades são suficientemente pequenos, o sistema pode ser modelado como linear através das leis de Newton. A equação do movimento do sistema rígido é descrita pelas equações

$$\begin{cases} J_d^* \ddot{\theta}_1 + c_d^* \dot{\theta}_1 = T_d \\ \theta_2 = \frac{\theta_1}{g_r} \end{cases} \quad (2)$$

2.2 Sistema Retilíneo

Dois tipos de modelos são discutidos no manual:

- **Modelos com dois graus de liberdade (2 DOF)** - são obtidos mantendo-se travado ou desacoplando-se o terceiro carro;
- **Modelos com três graus de liberdade (3 DOF)** - são obtidos considerando-se todos os três carros em movimento.

Faremos o desenvolvimento do modelo com dois graus de liberdade, conforme a Fig. 2.

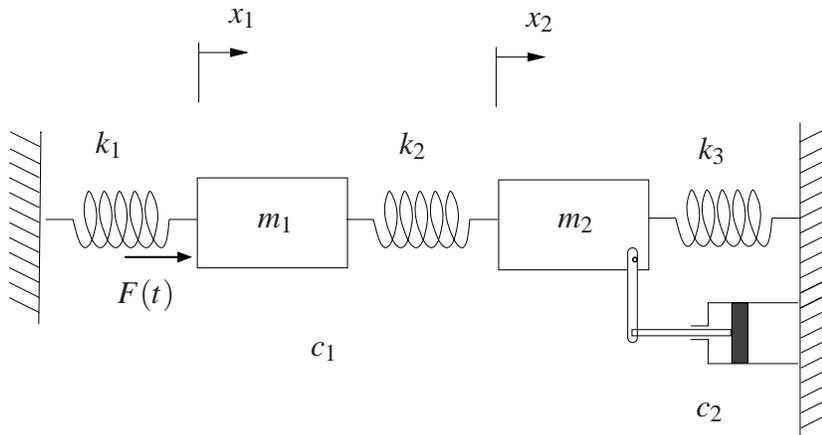


Figura 2: Modelo do Sistema Retilíneo com 2 DOF; c_1 atrito com o ar no carro #1; c_2 atrito com o ar e pistão no carro #2.

Admitindo-se a existência de atrito viscoso nos carrinhos e supondo que os efeitos provocados por não-linearidades neste sistema são suficientemente pequenos, o sistema pode ser modelado como linear através das leis de Newton para sistemas translacionais, conforme as equações

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = F(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + (k_2 + k_3)x_2 - k_2 x_1 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

onde

x_1 : deslocamento linear do carro #1;

x_2 : deslocamento linear do carro #2;

$F(t)$: força aplicada ao carro #1;

m_1, c_1 : massa e coeficiente de atrito viscoso do carro #1;

m_2, c_2 : massa e coeficiente de atrito viscoso do carro #2;

k_1 : constante da mola conectando o carro #1 e anteparo;

k_2 : constante da mola conectando os carros #1 e #2;

k_3 : constante da mola conectando o carro #2 e anteparo.

2.3 Sistema Torcional

Dois tipos de modelos são discutidos no manual:

- **Modelos com dois graus de liberdade (2 DOF)** - são obtidos mantendo-se travado (*clamped*) o terceiro disco (configuração *free-clamped* 2 DOF) ou removendo-se o terceiro disco da planta (configuração *free-free* 2 DOF). No primeiro caso as constantes torcionais k_1 e k_2 estão presentes; no segundo caso, apenas k_1 ;
- **Modelos com três graus de liberdade (3 DOF)** - são obtidos considerando-se os três discos e suas respectivas inércias.

Faremos o desenvolvimento do modelo com dois graus de liberdade, mantendo-se travado o terceiro disco conforme a Fig. 3 (o anteparo rígido representa o terceiro disco).

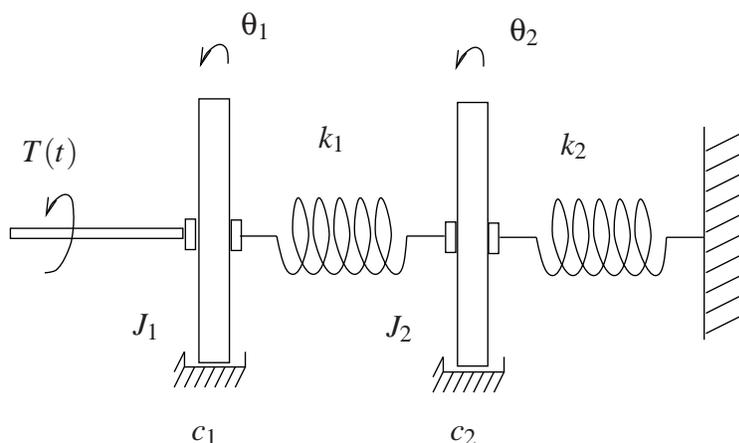


Figura 3: Modelo do Sistema Retilíneo com 2 DOF.

Admitindo-se a existência de atrito viscoso entre os discos e o ar, e supondo que os efeitos provocados por não-linearidades são suficientemente pequenos, o sistema pode ser modelado como linear através das leis de Newton para sistemas rotacionais, conforme as equações

$$\begin{cases} J_1\ddot{\theta}_1 + c_1\dot{\theta}_1 + k_1(\theta_1 - \theta_2) = T(t) \\ J_2\ddot{\theta}_2 + c_2\dot{\theta}_2 + k_1(\theta_2 - \theta_1) + k_2\theta_2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

onde

θ_1 : deslocamento angular do disco #1;

θ_2 : deslocamento angular do disco #2;

$T(t)$: torque aplicado ao disco #1;

J_1, c_1 : momento de inércia e coeficiente de atrito viscoso do disco #1;

J_2, c_2 : momento de inércia e coeficiente de atrito viscoso do disco #2;

k_1 : constante da mola conectando os discos #1 e #2;

k_2 : constante da mola conectando o disco #2 e anteparo.

2.4 Pêndulo Invertido

Os modelos no Capítulo 5 do manual do equipamento referem-se a duas configurações determinadas através do posicionamento dos contrapesos com relação ao eixo do pivot.

Adotam-se contrapesos de massa de 1 kg, e através de um parafuso na base do eixo, ajusta-se a distância dos contrapesos ao eixo do pivot, alterando o centro de gravidade do conjunto. Duas configurações do sistema são de particular interesse, vide Fig. 4.

- Planta # 1 - os contrapesos são posicionados a 10 cm da base de pivoteamento ($\ell_t = 10$ cm). Com isso, o centro de gravidade do conjunto localiza-se abaixo do eixo do pivot, e o comportamento resultante é de uma **planta estável**, isto é, o pêndulo retorna à posição de equilíbrio após pequenos deslocamentos angulares;
- Planta # 2 - os contrapesos são posicionados a 7 cm da base de pivoteamento ($\ell_t = 7$ cm). Com isso, o centro de gravidade do conjunto localiza-se acima do pivot e o comportamento resultante é de uma **planta instável**, isto é, o pêndulo não retorna à posição de equilíbrio mesmo após deslocamentos angulares arbitrariamente pequenos.

O pêndulo invertido foi apresentado na Experiência 4, seção 2.1.4. Os componentes do pêndulo com os valores numéricos são apresentados na Tabela 2 da Experiência 4, e as expressões (21)–(22) da mesma experiência apresentam as equações diferenciais que descrevem o movimento.

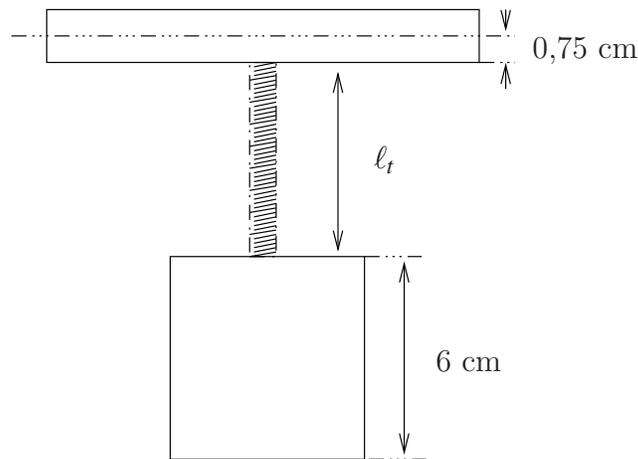


Figura 4: Ajuste dos Contrapesos do Pêndulo.

Como já visto, as equações (21)–(22) caracterizam um sistema intrinsecamente não-linear, e linearizações em torno do ponto de equilíbrio $\theta_e = x_e = 0$ são necessárias para obter-se modelos lineares válidos. O modelo linearizado nesse ponto de equilíbrio é descrito pelas equações

$$\begin{cases} \bar{J}\ddot{x} + m_1\ell_o g x + (m_2\ell_o\ell_c - \bar{J})g\theta = \frac{J^*}{m_1}F(t) \\ \bar{J}\ddot{\theta} - m_1g x - m_2\ell_c g\theta = -\ell_o F(t) \end{cases} \quad (5)$$

onde

$$\begin{aligned} m_1 &= m_{1o} + m_{w1} \\ m_2 &= m_{2o} + m_{w2} \\ \ell_c &= (m_{w2}\ell_{w2} + m_{2o}\ell_{co})/m_2 \\ \bar{J} &= J_0^* + m_{w2}(\ell_{w2})^2 \\ J^* &= J_0^* + m_1\ell_o^2 + m_{w2}(\ell_{w2})^2 \end{aligned}$$

e

x : deslocamento linear da haste deslizante;

θ : deslocamento angular da haste principal;

$F(t)$: força aplicada à haste deslizante;

m_{1o} : massa da haste deslizante;

m_{w1} : massa dos pesos na haste deslizante ;

ℓ_o : distância com sinal da haste deslizante ao pivot;

m_{w2} : massa do contrapeso;

ℓ_{w2} : distância com sinal do centro de massa do contrapeso ao pivot (ajustável);

m_{2o} : massa da haste principal;

ℓ_{co} : distância com sinal do centro de massa da haste principal ao pivot;

J_0^* : momento de inércia do pêndulo (sem a haste deslizante e contrapeso).

2.5 Levitador Magnético

Os modelos apresentados no capítulo 5 do manual do Levitador Magnético (equações 5.1-1 e 5.1-2) referem-se aos movimentos de dois magnetos montados na haste vertical de vidro. Nesta situação, quando as duas bobinas são submetidas a correntes elétricas ocorrem movimentos dos dois magnetos. Os seguintes casos particulares podem ser estudados:

1. **Caso Monovariável (SISO)** Somente o magneto **#1** está presente na haste vertical de vidro e corrente presente somente na bobina **#1** (inferior).
2. **Caso Monovariável (SISO)** Somente o magneto **#2** está presente na haste vertical de vidro e corrente presente somente na bobina **#2** (superior).
3. **Caso Multivariável (MIMO)** Os dois magnetos **#1** e **#2** estão presentes na haste vertical de vidro e há corrente presente nas duas bobinas.

Para os objetivos desta experiência vamos nos ater ao **caso monovariável (SISO) #1**.

2.5.1 Modelo matemático não-linear do caso #1

Conforme descrito na apostila da **Experiência 4**, o modelo que descreve o movimento do magneto **#1**, quando $F_{m12} \equiv F_{u21} \equiv 0$, é dado pela equação

$$m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_1(t) = F_{u11}(y_1, u_1) - m_1 g$$

sendo:

$y_1(t)$: deslocamento vertical do magneto **#1** em relação à bobina inferior, na unidade [m];

c_1 : coeficiente de atrito viscoso entre o magneto **#1** e o ar, na unidade [N-s/m];

$F_{u11}(y_1, u_{11})$: a força mecânica gerada pela interação entre o campo magnético criado pela corrente na bobina **#1** e o campo magnético permanente do magneto **#1**, na unidade [N].

Esta força é descrita por uma relação linear com a corrente da bobina u_{11} e não-linear com a distância $y_1(t)$ entre o magneto e a bobina, conforme a expressão

$$F_{u_{11}}(y_1, u_{11}) = \frac{u_1}{a(100y_1 + b)^4} \quad (6)$$

onde:

u_1 : corrente na bobina #1;

a e b : coeficientes a serem determinados nesta experiência pelo método dos mínimos quadrados, a partir de valores medidos experimentalmente. O coeficiente 100 multiplicando y_1 faz a transformação deste valor de [m] para [cm].

Observação: Na equação (6) a variável y_1 refere-se ao deslocamento do magneto, medido diretamente no sistema físico. Entretanto, a medida deste deslocamento é feita através de um sensor óptico não-linear, cujo valor é informado ao software de controle na unidade *counts*, conforme a relação:

$$y_{1_{raw}}[\text{counts}] = f_s(y_1[\text{cm}]) \quad (7)$$

2.5.2 Linearização do modelo

Para a obtenção do modelo linearizado poderemos adotar as seguintes abordagens:

- **Linearização por Série de Taylor:** adota-se um ponto de operação (y_{1_0}, u_{1_0}) e aproxima-se o sistema original por um modelo linear, conforme técnica desenvolvida na **Experiência 4**. Já sabemos que este método apresenta resultados satisfatórios somente numa região de pequenos desvios em torno do ponto de operação escolhido.
- **Linearização por compensação das não-linearidades:** adota-se a compensação tanto do sensor como do atuador através da estimação das funções inversas das não-linearidades correspondentes e faz-se a implementação no software de controle. Assim, conhecendo a função não-linear de transformação em (7), faremos

$$f_s^{-1}(f_s(y_1)) = y_1$$

obtendo-se a medida desejada.

A abordagem adotada nesta experiência é a da compensação pelas inversas, por existir o suporte de software para essa finalidade, e por ser de uso mais simples. O modelo resultante será utilizado também nas experiências subsequentes.

Os diagramas de blocos abaixo ilustram a forma como estas compensações são implementadas por software.

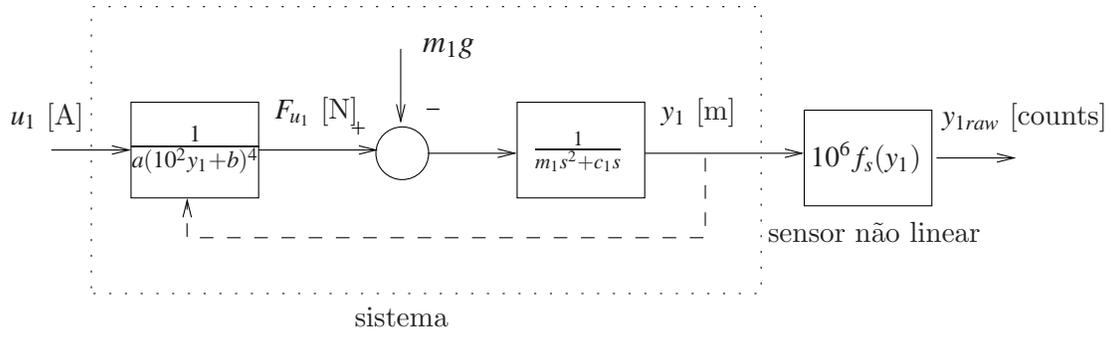


Figura 5: Modelo físico com o sensor.

a) **Fig. 5:** diagrama de blocos do modelo físico do servomecanismo eletro-magnético acoplado ao sensor de posição. Fornecimento ao software da altura y_1 , através de um sensor não-linear.

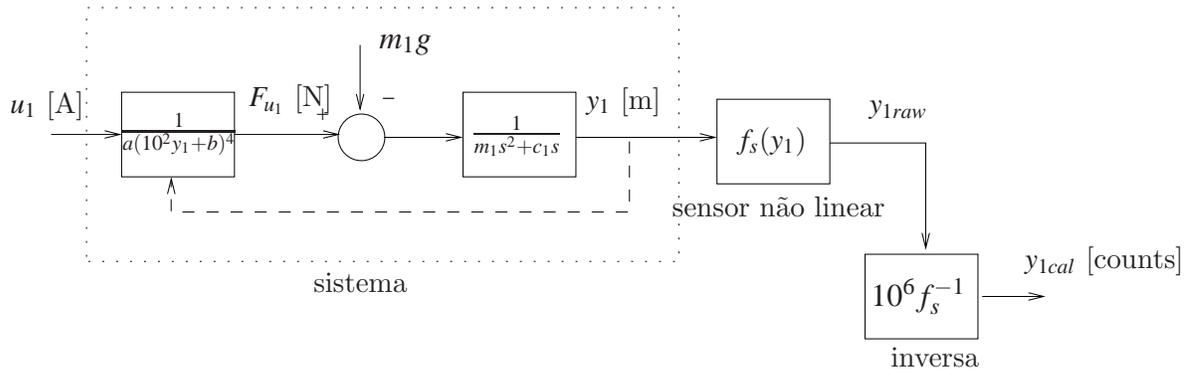


Figura 6: Compensação do medidor.

b) **Fig. 6:** diagrama anterior adicionado da compensação dinâmica realizada por software da não-linearidade do medidor. Recuperação do valor real do deslocamento y_1 através da estimação da função inversa do sensor. Nesta etapa o deslocamento $y_1[cm]$ é recuperado e transformado para a unidade padrão do ECP $y_{1,cal}[counts]$. A relação entre $y_{1,cal}[counts]$ e $y_1 [cm]$ é tal que $y_{1,cal} = 10^4 y_1$.

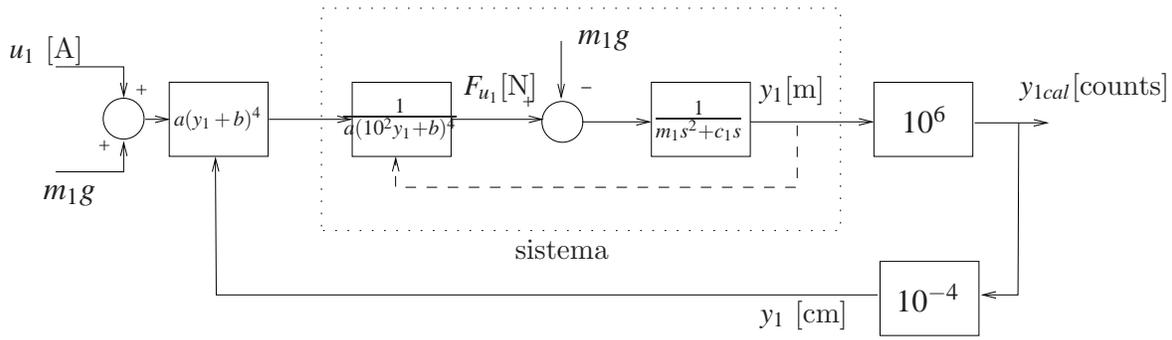


Figura 7: Compensação da força peso e da força não-linear do atuador.

c) **Fig. 7:** diagrama anterior adicionado da compensação dinâmica realizada por software da não-linearidade do atuador.

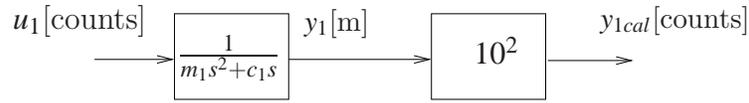


Figura 8: Diagrama final para o Levitador Magnético.

d) **Fig. 8:** diagrama equivalente final que será utilizado para o caso SISO #1.

Na seqüência, apresenta-se o conceito de função de transferência de um sistema dinâmico linear, e introduz-se a representação por diagrama de blocos. Desenvolve-se a álgebra dos blocos para algumas situações, obtendo-se representações simplificadas da relação entre as variáveis de entrada e de saída.

3 Funções de Transferência das Plantas Mecânicas

O uso de funções de transferência é intrínseco ao estudo de sistemas dinâmicos representados na forma *entrada-saída*. Seja um sistema físico modelado de acordo com a equação diferencial linear a coeficientes constantes - *sistema linear invariante no tempo*, ou *SLIT* - de ordem n ,

$$\begin{aligned} \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) &= \\ &= c_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + c_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + c_0 u(t), \end{aligned} \quad (8)$$

onde $u(t)$ representa uma entrada independente - *variável de controle* - e $y(t)$ a variável objeto de estudo - *variável de saída*. A partir do conhecimento das condições iniciais do sistema e da entrada $u(t)$, o comportamento de $y(t)$ pode ser determinado resolvendo-se (8). A transformada de Laplace pode ser usada para resolver (8), mas sua importância

para a área de sistemas de controle está ligada ao conceito de *função de transferência*. Tomando-se a transformada de Laplace de (8) com condições iniciais nulas obtém-se, após simplificações,

$$(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0)Y(s) = (c_ms^m + c_{m-1}s^{m-1} + \dots + c_0)U(s),$$

onde $s = \sigma + j\omega$ denota a *frequência complexa*. Define-se a razão entre a saída $Y(s)$ e a entrada $U(s)$ como a *função de transferência* do sistema modelado pela equação diferencial (8):

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{c_ms^m + c_{m-1}s^{m-1} + \dots + c_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0}. \quad (9)$$

A função de transferência (9) encontra-se na *forma expandida*. Outras representações úteis em sistemas de controle são a *forma compacta*

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{kN(s)}{D(s)},$$

onde k é o *ganho da função* e $N(s)$ e $D(s)$ são polinômios *mônicos* (coeficientes de maior grau iguais a 1), e a *forma fatorada* ou *forma de zeros e pólos* (raízes de $N(s)$ e $D(s)$, respectivamente)

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k(s - z_1)(s - z_2) \cdots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)},$$

onde z_1, z_2, \dots, z_m e p_1, p_2, \dots, p_n são os zeros e pólos de $G(s)$, isto é, as raízes de $N(s)$ e $D(s)$, respectivamente.

A função de transferência $G(s)$ caracteriza completamente o sistema dinâmico, no sentido de que a partir de (9) pode-se chegar a (8) facilmente. A função de transferência é dependente apenas das características próprias do sistema e não da entrada ao qual está submetido. É claro que a *saída* do sistema depende da entrada: para qualquer entrada $u(t)$ que possua transformada de Laplace, a transformada da saída será

$$Y(s) = G(s)U(s),$$

e a anti-transformada de $Y(s)$ fornecerá $y(t)$. A partir de $G(s)$ pode-se estudar apenas o comportamento *entrada-saída* do sistema. A descrição interna do sistema torna-se inacessível quando o sistema é representado pela sua função de transferência.

Diz-se que uma função de transferência $G(s) = kN(s)/D(s)$ é *própria* se o grau de $N(s)$ é menor ou igual do que o grau de $D(s)$, isto é, se $m \leq n$. Uma função $G(s)$ é *estritamente própria* se $m < n$. Qualquer sistema cuja saída não responda instantaneamente a uma variação na sua entrada pode ser modelado por uma função de transferência estritamente própria. Componentes elétricos presentes em alguns sistemas reagem rapidamente à entrada e podem ser modelados por funções de transferência próprias ($m = n$). Funções de transferência impróprias ($m > n$) não modelam sistemas fisicamente realizáveis.

Emulador Industrial De acordo com as equações (2), tem-se que

$$\frac{\theta_1(s)}{T_d(s)} = \frac{1}{s(J_d^*s + c_d^*)} \quad (10)$$

$$\frac{\theta_2(s)}{T_d(s)} = \frac{gr}{s(J_\ell^*s + c_\ell^*)} \quad (11)$$

Retilíneo Em vista das equações (3), tem-se que

$$\frac{x_1(s)}{F(s)} = \frac{m_2s^2 + c_2s + k_2 + k_3}{D_r(s)} \quad (12)$$

$$\frac{x_2(s)}{F(s)} = \frac{k_2}{D_r(s)} \quad (13)$$

onde

$$D_r(s) = m_1m_2s^4 + (c_1m_2 + c_2m_1)s^3 + [m_1(k_2 + k_3) + m_2(k_1 + k_2) + c_1c_2]s^2 + [c_1(k_2 + k_3) + c_2(k_1 + k_2)]s + k_1k_2 + k_1k_3 + k_2k_3 \quad (14)$$

Torcional Utilizando as equações (4), obtem-se as funções de transferência

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = \frac{J_2s^2 + c_2s + k_1 + k_2}{D_t(s)} \quad (15)$$

$$\frac{\theta_2(s)}{T(s)} = \frac{k_1}{D_t(s)} \quad (16)$$

onde

$$D_t(s) = J_1J_2s^4 + (c_1J_2 + c_2J_1)s^3 + [J_1(k_1 + k_2) + J_2k_1 + c_1c_2]s^2 + [c_1(k_1 + k_2) + c_2k_1]s + k_1k_2 \quad (17)$$

Pêndulo Utilizando as equações linearizadas do pêndulo (5), obtem-se as funções de transferência

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{J^*}{m_1J_s} \cdot \frac{s^2 - g(m_1\ell_o + m_2\ell_c)/J^*}{s^4 + [g(m_1\ell_o - m_2\ell_c)/J_s]s^2 - m_1g^2/J_s} \quad (18)$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = -\frac{\ell_o}{J_s} \cdot \frac{s^2 - g/\ell_o}{s^4 + [g(m_1\ell_o - m_2\ell_c)/J_s]s^2 - m_1g^2/J_s} \quad (19)$$

onde

$$J_s := J^* - m_1\ell_o^2$$

Levitador Magnético Utilizando as equações do levitador com as compensações não-lineares do medidor e do atuador para o sistema monovariável #1 conforme descrito na seção 2.5.2, obtem-se um sistema linear equivalente, cuja função de transferência é dada por:

$$\frac{Y_1(s)}{U(s)} = \frac{1}{m_1s^2 + c_1s}$$

onde $u(t)$ [N] é a força aplicada, y_1 [m] é a posição do disco magnético com relação ao referencial escolhido, e c_1 é o atrito do disco com o ar.

3.1 Diagramas de blocos

Diagramas de blocos são descrições pictóricas de funções de transferência. Um sistema dinâmico mais complexo pode ser modelado através de funções de transferência que descrevam *subsistemas*: a saída de um subsistema serve de entrada para outro subsistema. Com o auxílio de um diagrama de blocos, pode-se visualizar rapidamente como diferentes subsistemas são interligados para representar um sistema mais geral.

Exemplo 2 - Motor DC controlado por armadura.

O diagrama de blocos deste sistema eletromecânico clássico (Ogata, pp. 142-146) é representado na figura abaixo.

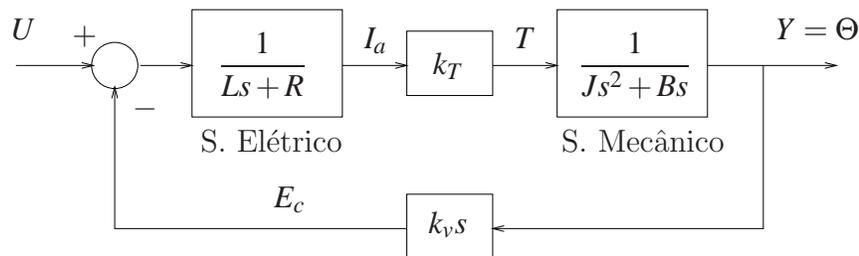


Figura 9: Diagrama de blocos do motor DC.

A partir do diagrama da Fig. 9, sabe-se que a tensão (variável) de entrada do motor, $U(s)$, sofre inicialmente uma queda proporcional à velocidade de rotação do motor ($k_v s \Theta(s)$, *força contra-eletromotriz*). O subsistema elétrico é composto por um circuito RL série, cuja entrada é a diferença $U(s) - E_c(s)$ e cuja saída é a corrente de armadura $I_a(s)$. O torque produzido é proporcional à corrente de armadura ($T(s) = k_T I_a(s)$) e representa a entrada do subsistema mecânico composto por momento de inércia e atrito viscoso equivalentes (motor e carga), que por sua vez tem como saída o deslocamento angular do eixo do motor, $\Theta(s)$, definido como variável de saída do sistema eletromecânico. (Observe que a *realimentação de velocidade* presente no diagrama da figura 4 faz parte do *modelo* do motor e não é utilizada para definir $U(s)$. O conceito de realimentação em sistemas de controle está ligado à definição de $U(s)$ a partir de medidas de variáveis presentes no sistema.) ■

Um diagrama de blocos representa informações transmitidas num único sentido, isto é, a saída de um bloco responde às variações produzidas na sua entrada, mas variações na saída do bloco não afetam sua entrada pelo caminho inverso. Diagramas de blocos podem ser manipulados da mesma forma com que se manipulam equações algébricas. Para obter a função de transferência entre duas variáveis quaisquer do diagrama, eliminam-se sucessivamente todas as demais variáveis presentes no diagrama. As simplificações mais frequentes estão ilustradas na figura 10.

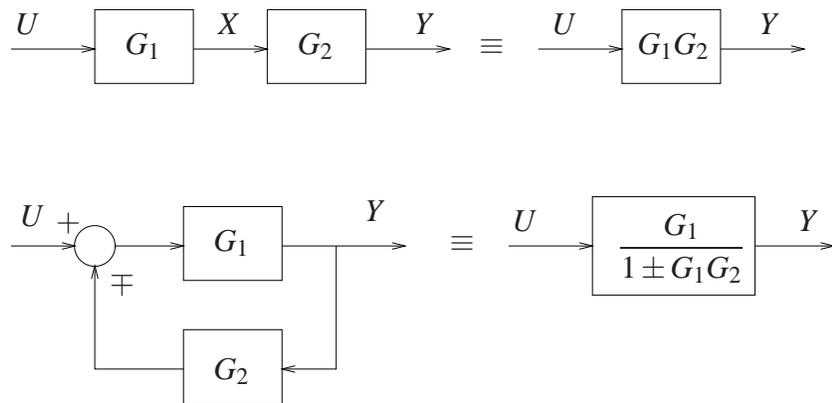


Figura 10: Reduções de blocos em série e paralelo.

Exemplo 3 - Função de transferência do motor DC.

A partir das equivalências da Fig. 10, pode-se obter reduções do diagrama de blocos da Fig. 9 —Figs. 11 e 12 a seguir— até se chegar a função de transferência do motor DC controlado por armadura.

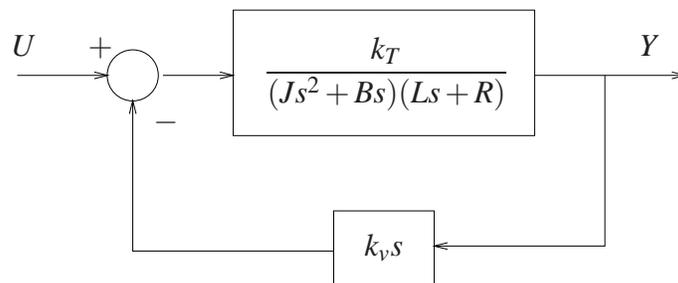


Figura 11: Redução dos blocos em série.

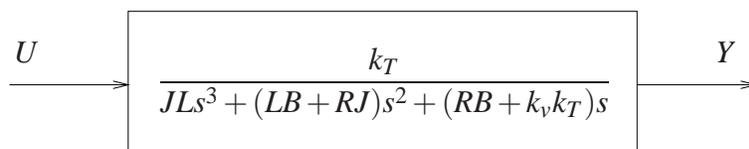


Figura 12: Função de transferência do motor DC.

Observe que a função de transferência obtida não permite uma análise das variáveis internas do motor. ■

4 Elementos de um Sistema ECP

Retornamos aqui ao estudo das plantas de bancada ECP, concentrando-nos nos elementos adicionais à planta mecânica. Estes elementos tem a função de executar o acionamento

da planta, medir as variáveis físicas, fazer a aquisição e a exibição em tela dos dados disponíveis, executar ações de proteção ao equipamento, etc.

O diagrama esquemático de um sistema ECP completo é mostrado na Fig. 13.

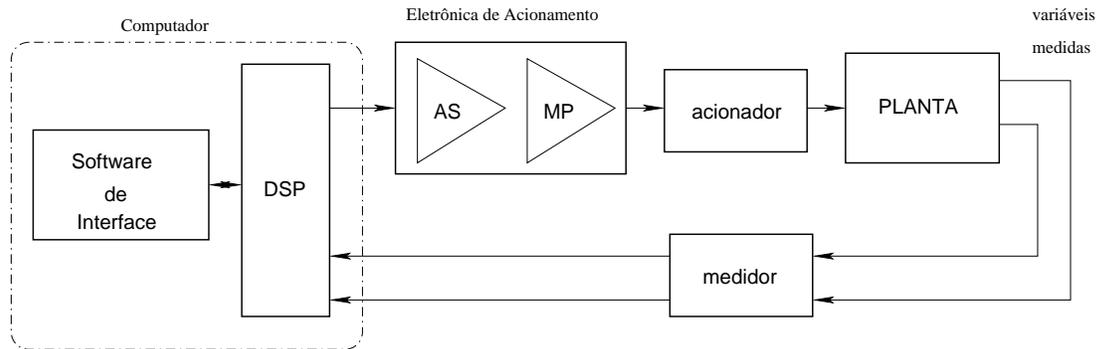


Figura 13: AS - Amplificador servo; MP - Módulo de Potência; DSP - Placa de Processamento e Conversão de Sinais.

Os medidores *encoders* são os elementos que fornecem a realimentação incremental das posições ou posições angulares (e suas derivadas), e essas informações são roteadas diretamente através da caixa de eletrônica de acionamento para a placa DSP. A placa DSP então conta os sinais de pulsos em uma base de tempo fixa, e determina em valores numéricos as variáveis de posição e velocidade. Ela conta com os conversores DA para a atuação sobre o dispositivo eletromecânico e recebe informação de outros sensores relativos a segurança do sistema.

A conversão dos pulsos em sinal digital e a de sinal digital em sinal analógico realizada pela placa DSP ocorre em frequência suficientemente elevada, de forma que esses valores podem ser considerados como disponíveis num contínuo ao longo do tempo, isto é, ao adotar-se valores intermediários interpolados entre duas amostras subsequentes, não se perde informação relevante. Essa forma de operação permite adotar-se a representação à tempo contínuo dos sistemas mecânicos (evitando a representação amostrada) e os modelos para a conversão de pulsos e a conversão DA são definidos por simples ganhos algébricos. Tem-se assim as seguintes funções de transferência para os elementos de conversão:

Encoder $G_e(s) = k_e$;

Ganho de Conversão de Pulsos $G_s(s) = k_s$;

Ganho do Conversor DA $G_c(s) = k_c$.

Os módulos da eletrônica de acionamento: amplificador servo e o módulo de potência são concebidos para fornecer a potência necessária ao acionamento do motor, aplicando de forma instantânea a tensão comandada (na saída do conversor DA) no motor. Sua função de transferência é dada por

Ganho do Amplificador Servo $G_{\text{amp}}(s) = k_{\text{amp}}$.

Em todas as plantas mecânicas, com exceção do levitador magnético, o acionamento é realizado por um motor DC sem escovas, conhecido também como motor síncrono de ímã permanente. Ele é capaz de fornecer torques elevados empregando um rotor de pequeno tamanho, utilizando ímãs construídos com terras raras, de alta densidade magnética. O campo é comutado eletronicamente e acionado através de um controlador proporcional integral (PI), o que permite obter uma resposta dinâmica muito rápida. Do ponto de vista da planta mecânica a resposta em torque do motor é essencialmente instantânea, e sua dinâmica pode ser ignorada; assim, adota-se

Ganho Estático do Motor $G_t(s) = k_t$

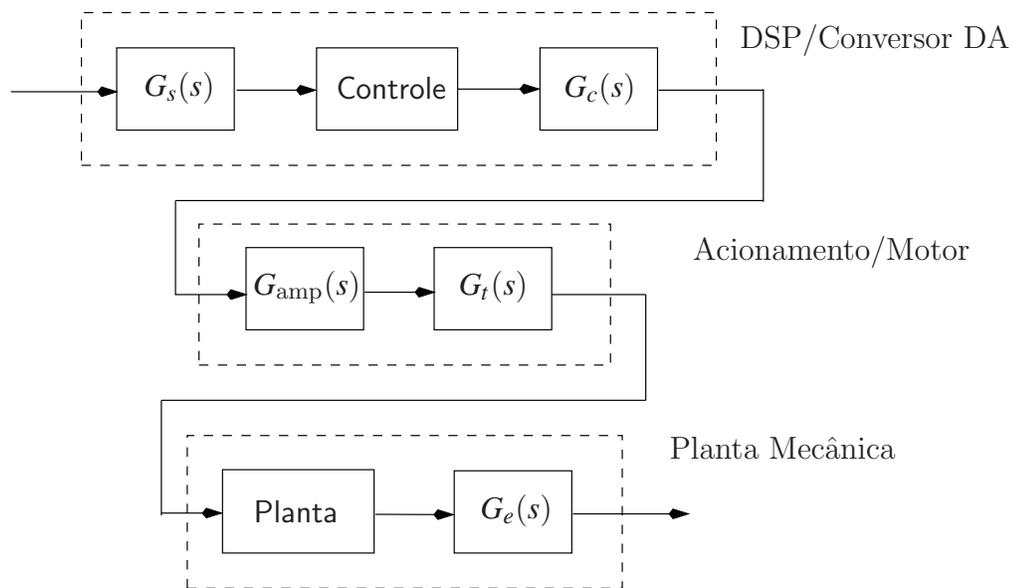


Figura 14: Diagrama de Blocos dos Elementos de Acionamento e Medida

O diagrama de blocos representando todos os elementos básicos desse sistema está mostrado na Fig. 14, onde se omitiu os detalhes da função de transferência da planta mecânica e do controle. A Planta Mecânica tem função de transferência específica, que irá depender da planta em consideração e da configuração adotada. Os parâmetros do bloco de Controle são determinados pelo projetista.

Internamente o sistema ECP utiliza-se de certas unidades conforme descrição a seguir. Fatores de conversão também são indicados.

Counts É a unidade utilizada pelos encoders, e corresponde ao número de ranhuras no disco ótico. Seu valor é $\frac{2\pi}{16.000}$ em *radianos*, ou $\frac{360}{16.000}$ em *graus*.

DACcounts É a unidade utilizada internamente na placa DSP e portanto, na entrada do conversor DA. O seu valor é 32 *counts* ou $\frac{10}{32.768}$ *Volts*.

A tabela 1 apresenta a síntese dos elementos apresentados até aqui.

Tabela 1: Elementos de Ganho do Sistema.

Elemento	Função de Transferência	Valor
Encoder	$G_e(s) = k_e$	$\frac{16.000}{2\pi}$ (Count/Rad.)
Conversão de Pulsos	$G_s(s) = k_s$	32 (DACcount/Count)
Conversor DA	$G_c(s) = k_c$	$\frac{10}{32.768}$ (Volt/DACcount)
Amplificador Servo	$G_a(s) = k_{amp}$	* (Ampère/Volt)
Motor	$G_t = k_t$	* (Newton-m/Ampère)

* Valores dependem da planta a ser considerada.

O motor e o amplificador apresentam pequenas variações de parâmetros nas diferentes montagens, e é preciso determinar as constantes k_{amp} e k_t experimentalmente. Na verdade o produto $k_{amp}k_t$ já é suficiente para os nossos propósitos (porque?). Além desses, todos os demais parâmetros da Planta Mecânica deverão ser identificados.

Os sistemas Retilíneo e Torcional apresentam elementos extras de ganhos, além dos descritos na Figura 14 e na Tabela 1. Estes são devido a conversão de movimento de translação em rotação, ou vice-versa, feito por polia no sistema retilíneo, ou conexão para redução de velocidade com correia e polias entre o motor e a planta no sistema torcional. Nessas duas plantas esses valores precisam ser levados em consideração, e as tabelas abaixo apresentam esses elementos extras.

Tabela 2: Ganhos adicionais para os sistemas Retilíneo e Torcional

Elemento	Função de Transferência	Valor
Retilíneo		
Pinhão do Motor	$G_{mp}(s) = k_{mp}$	26,25 (m^{-1})
Pinhão do Encoder	$G_{ep}(s) = k_{ep}$	86 (m^{-1})
Torcional		
Redutor de Velocidade	$G_p(s) = k_p$	3 (N-m disco / N-m motor)

No sistema torcional a relação de redução de velocidade entre o eixo do motor e o eixo do disco é de 3:1; portanto a relação entre o torque no eixo do motor e no eixo do disco de acionamento é $k_p = 3$.

Para o Pêndulo Invertido o fabricante declara alguns ganhos já agrupados:

Função de Transferência do grupo CDA/Amplificador/Motor/Roldana $G_f(s) = k_f$;

Ganho do encoder da haste deslizante $G_x(s) = k_x$;

Ganho do encoder da haste do pêndulo $G_a(s) = k_a$;

Os valores numéricos são dados na Tabela 3

Tabela 3: Ganhos para o Pêndulo Invertido

Elemento	Função de Transferência	Valor
Ganho combinado: CAD/Amplificador/Motor/Roldana	$G_f(s) = k_f$	0,0013 (N/DACcount)
Encoder da Haste Deslizante	$G_x(s) = k_x$	50.200 (Counts/m)
Encoder da Haste Principal	$G_a(s) = k_a$	2.546 (Counts/rad)
Conversão de Pulsos	$G_s(s) = k_s$	32 (DACcount/Counts)

4.1 Representação dos Sistemas ECP

Utilizando os dados da Tabela 3, a representação por diagrama de blocos do pêndulo invertido pode ser expressa como na Fig. 15.

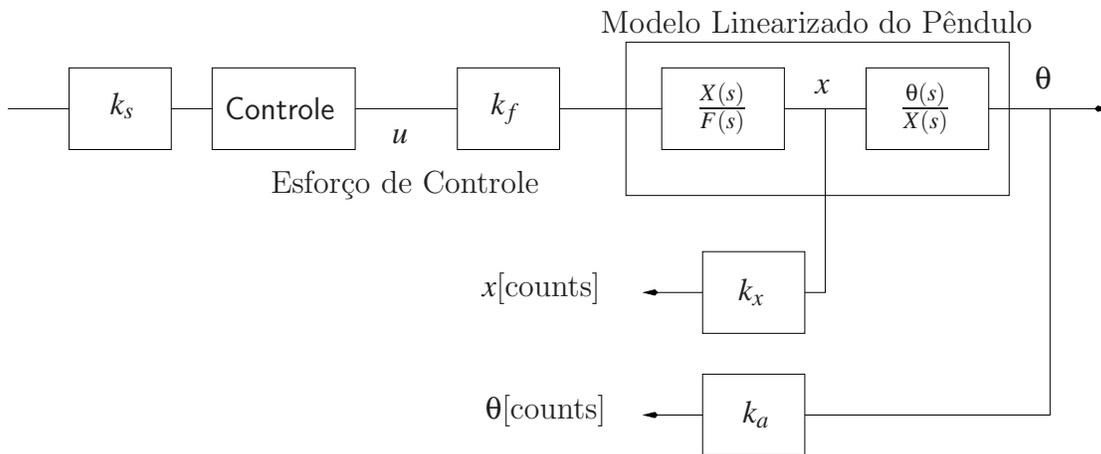


Figura 15: Diagrama de blocos para o Pêndulo.

Já os dados das Tabelas 1 e 2, permitem obter a representação para outras três plantas: emulador, retilíneo e torcional, como indicado na Fig. 16.

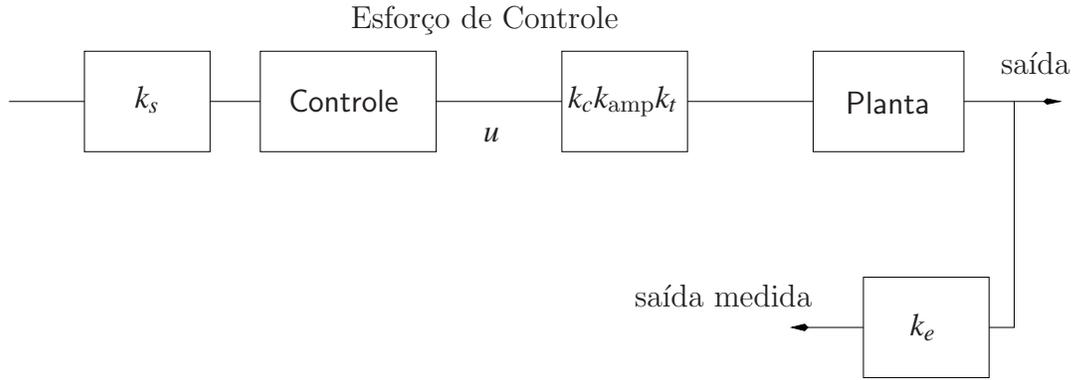


Figura 16: Diagrama de blocos para o Emulador Industrial; para os sistemas Retilíneo e Torcional o bloco de ganhos após o bloco de controle compõe-se de elementos extras.

A representação apresentada na Fig. 16 pode ser simplificada mais ainda, definindo-se o parâmetro k_{hw} denominado *ganho de hardware*, de acordo com os produtos definidos na Tabela 4.

Tabela 4: Expressões do ganho de hardware k_{hw} .

Emulador	$k_{hw} = k_s \cdot k_c \cdot k_{amp} \cdot k_t \cdot k_e$
Retilíneo	$k_{hw} = k_s \cdot k_c \cdot k_{amp} \cdot k_t \cdot k_{mp} \cdot k_e \cdot k_{ep}$
Torcional	$k_{hw} = k_s \cdot k_c \cdot k_{amp} \cdot k_t \cdot k_p \cdot k_e$
Levitador Magnético[†]	$k_{hw} = 1$

[†]Para o levitador $k_{hw} = 1$ [N/cm] = 100 [N/m]

O esquema final de blocos para todos os sistemas, exceto o pêndulo, é mostrado na Fig. 17.

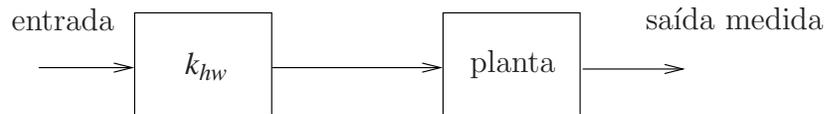


Figura 17: Diagrama final para as plantas, exceto Pêndulo Invertido.

Considere agora que a função de transferência da Planta Mecânica, $G_{planta}(s)$ seja conhecida. O passo final para a representação do diagrama é dado quando se define

$$G_{final}(s) = k_{hw} \cdot G_{planta}(s)$$

Assim, $G_{final}(s)$ é uma única função de transferência que sintetiza a relação entre a Saída Medida (em unidade de Counts) e o Sinal de Referência ou Sinal de Entrada (em Counts).

4.2 Funções Auxiliares

A placa DSP é capaz de interpretar comandos de trajetórias e realizar verificações em variáveis com o objetivo de garantir a segurança na operação do equipamento. Esse sistema de hardware completo é representativo dentre os dispositivos de controle industrial modernos.

O elemento que compõe e finaliza todos os sistemas ECP é o *programa executivo* que roda no PC e dispõe de uma interface gráfica a base de menus, para facilitar o uso do sistema. Ele dá suporte à definição de trajetórias, aquisição de dados, visualização de curvas, especificação de controladores, execução de comandos do sistema, etc.

5 Identificação de Parâmetros dos Equipamentos ECP

O objetivo desta experiência é a identificação dos parâmetros desconhecidos do modelo, utilizando a resposta temporal de sistemas lineares de 2a. ordem. Medidas experimentais simples da resposta temporal permitem a identificação de parâmetros desconhecidos de sistemas lineares de 2a. ordem. Em geral os sistemas ECP são mais complexos e de ordem superior a dois, e para utilizarmos esse método isolaremos sub-sistemas de 2a. ordem.

Como a identificação envolve a execução de ensaios com a planta mecânica, é preciso levar em conta as grandezas físicas e internas utilizadas no hardware de apoio. As relações básicas de ganhos internos ou fatores de conversão entre medidas, apresentados na seção 4 desse roteiro, descritos na forma entrada/saída serão úteis nesta modelagem. O modelo em diagrama de blocos dos sistemas ECP lá desenvolvido é utilizado nesse estudo. A maior parte das relações presentes no hardware de apoio tem valores fixos, tais como ganhos do encoder, do conversor D/A. Outras porém, tem os valores dependentes da planta tais como os ganhos k_{amp} e k_t que relacionam tensão aplicada no motor de acionamento e torque de acionamento no eixo. Para estas últimas, é preciso realizar ensaios estáticos para obtenção dos valores exatos.

No caso do Emulador Industrial, Pêndulo Invertido e Levitador Magnético, é preciso introduzir controle por realimentação para a identificação de parâmetros, exigindo a representação *equivalente em malha fechada* do sistema com controle por realimentação. A idéia é criar uma força de regeneração que “simula”o efeito elástico de uma mola.

5.1 Álgebra de Blocos para o Sistema com Realimentação

Em algumas das plantas ECP será necessário utilizar controle por realimentação já nessa experiência, com o objetivo de identificar parâmetros. No *controle por realimentação* dá-se acesso à medida da variável de saída ao elemento ou bloco de controle. Assume-se que a variável de saída é a que se deseja controlar, e o controle por realimentação permite atingir desempenho superior ao controle sem realimentação ou controle em malha aberta.

Uma estrutura básica de controle por realimentação é mostradas na Fig. 18

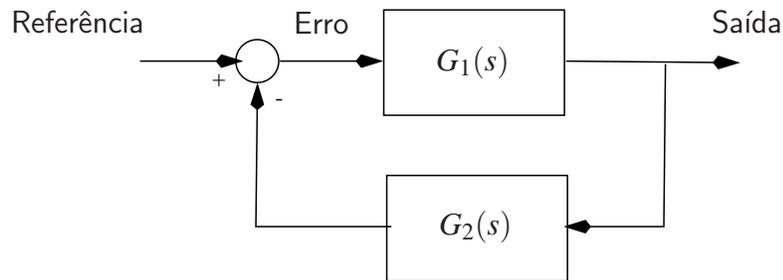


Figura 18: Diagrama de Blocos Simplificado

Denotando-se a Referência por $r(t)$, o Erro por $e(t)$ e a Saída por $y(t)$, tem-se para o diagrama da Fig. 18 que as seguintes relações são válidas:

$$\begin{cases} Y(s) = G_1(s)E(s), \\ E(s) = R(s) - G_2(s)Y(s). \end{cases}$$

das quais deduz-se que a função de transferência em malha fechada entre r e y é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1}{1 + G_1G_2} \quad (20)$$

Na próxima seção descreve-se como identificar os parâmetros do modelo de 2a. ordem a partir da resposta temporal do sistema. Particularidades para os casos do emulador industrial, pêndulo invertido e levitador magnético são apresentados nas seções 7, 10.1 e 11, respectivamente. O guia do procedimento experimental detalhado para cada planta ECP é apresentado nas seções de Procedimento Experimental.

5.2 Identificação Experimental

Para efeito de ilustração, considere o problema de controlar a posição angular de uma carga mecânica através de um motor DC controlado por armadura, conforme diagrama de blocos na Fig. 19.

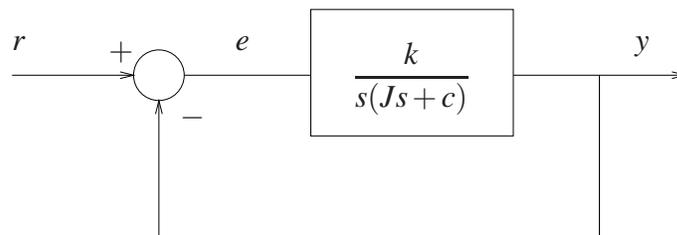


Figura 19: Sistema de controle em malha fechada.

A função de transferência de malha fechada do sistema é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k}{Js^2 + cs + k},$$

que também pode ser escrita na forma *fatorada*

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k/J}{\left[s + (c/2J) + \sqrt{(c/2J)^2 - (k/J)} \right] \left[s + (c/2J) - \sqrt{(c/2J)^2 - (k/J)} \right]}.$$

Os pólos de malha fechada serão complexos se $c^2 - 4Jk < 0$ e reais de $c^2 - 4Jk \geq 0$. Em estudos de resposta transitória é comum convencionar que

$$\frac{k}{J} = \omega_n^2, \quad \frac{c}{2J} = \xi\omega_n = \sigma, \quad (21)$$

onde σ é a *atenuação*, ω_n é a *frequência natural não-amortecida* e ξ é o *fator de amortecimento* introduzido pelos pólos de malha fechada. Observe que ξ pode ser expresso como

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{Jk}}.$$

Portanto, ξ é diretamente proporcional ao amortecimento natural do motor (c) e inversamente proporcional à inércia da carga e ao ganho do motor. A função de transferência de malha fechada da Fig. 19 pode ser então escrita na forma padrão, empregando os parâmetros ξ e ω_n

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

Como vimos, o comportamento dinâmico de qualquer sistema de 2a. ordem pode ser caracterizado pelos parâmetros ξ e ω_n ; se o fator de amortecimento é tal que $0 \leq \xi < 1$, os pólos de malha fechada são complexos conjugados e situam-se no semi-plano esquerdo do plano complexo s . Diz-se que este tipo de sistema é *sub-amortecido* e a sua resposta transitória é oscilatória.

6 Procedimento Experimental

Vamos recordar inicialmente alguns pontos principais da parte teórica. Em primeiro lugar, buscaremos estimar os parâmetros das funções de transferência das plantas, escritas das seguintes formas:

- Retilíneo: $H(s) = \frac{k_{hw}}{ms^2 + cs}$;
- Torcional e emulador: $H(s) = \frac{k_{hw}}{Js^2 + cs}$;

Note que todos os sistemas não possuem molas. No caso do emulador, não tem como colocar uma mola mesmo. Nos outros casos, fazemos isso para unificar os procedimentos, e permitir que os cálculos abaixo sejam feitos. Seria possível, nesses casos, identificar também as constantes elásticas, com pequenas alterações no procedimento experimental.

Para estimar os parâmetros, vamos usar medidas de uma resposta ao degrau. Para suprir a falta da mola e gerar uma resposta ao degrau subamortecida, usaremos realimentação proporcional com constante de proporcionalidade K_p . Nesse caso, o sistema funcionará como mostrado na figura 20.

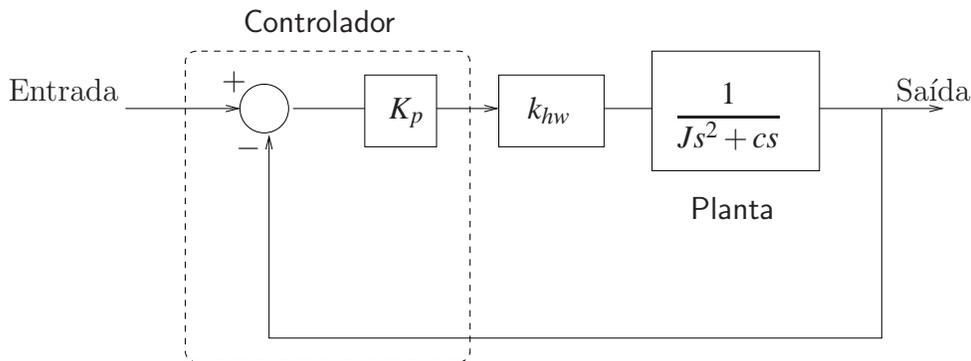


Figura 20: Controle em malha fechada: controlador proporcional K_p . Para o sistema retilíneo, o momento de inércia J é trocado pela massa m .

Observe também que as funções de função de transferência neste caso podem ser colocadas na forma canônica

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Finalmente, observe que a resposta dos sistemas deste experimento a um degrau de amplitude E pode ser escrita como

$$y(t) = E + \frac{A}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_d t + \theta)$$

onde $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$, o valor em regime da resposta ao degrau tem o mesmo valor que o degrau, e A e θ são parâmetros que dependem das condições iniciais mas não influenciam nos cálculos a seguir. Um exemplo de uma resposta ao degrau está mostrado na figura 21.

1. Determine explicitamente a função de transferência entre a referência $R(s)$ e a saída $Y(s)$ para o sistema com realimentação mostrado na figura 20, em função dos parâmetros do sistema (massa ou momento de inércia, coeficiente de atrito, ganho).
2. Observe que a resposta ao degrau depende apenas de ξ e ω_n . Assim, vamos determinar primeiro esses valores, para depois relacioná-los aos outros parâmetros do

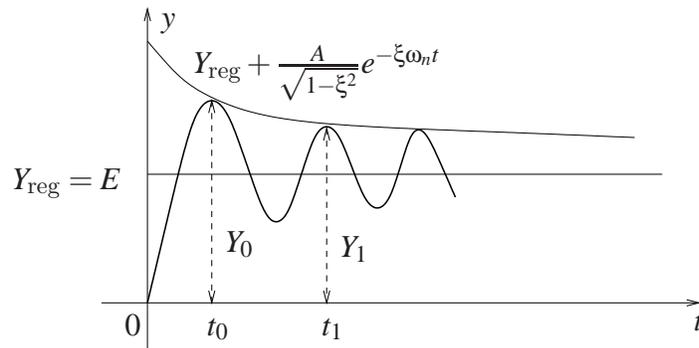


Figura 21: Cálculo do fator de amortecimento ξ e da frequência natural ω_n .

sistema. Isso será feito a partir de medidas da resposta ao degrau do sistema com realimentação, como aquela mostrada na figura 21. Inicialmente, vamos relacionar algumas medidas da resposta ao degrau aos valores de ξ e ω_n . Assim, sabendo que os picos da resposta ao degrau correspondem aos picos de $\cos(\omega_d t + \theta)$, e assumindo que $\sqrt{1 - \xi^2} \approx 1$, como podemos determinar o valor de ω_n a partir das medidas mostradas na figura 21?

3. Para estimar o fator de amortecimento, seja t_n o instante de tempo em que o n -ésimo pico é observado na resposta ao degrau. Como dito anteriormente, estes picos ocorrem no momento em que o cosseno assume seu valor máximo. Sendo assim, determine

$$\frac{y(t_n) - Y_{\text{reg}}}{y(t_m) - Y_{\text{reg}}}$$

em função dos parâmetros canônicos do sistema, para $n \neq m$. Este resultado nos dá uma forma de calcular ξ a partir de medidas da resposta ao impulso.

4. Relacione os valores de ξ e ω_n com os parâmetros do sistema (massa, momento de inércia, ganhos, etc.). Por que não é possível determinar esses parâmetros a partir do conhecimento de ξ e ω_n ? Se você quiser oscilações com maior amplitude, o que você deve fazer com o valor de K_p ?
5. Vamos agora determinar os valores de ξ e ω_n , medindo a resposta ao degrau dos sistemas. Comece escolhendo um valor de K_p pequeno, da ordem de 10^{-3} , e vá aumentando lentamente até obter uma resposta com uma quantidade de oscilações que permita fazer as medidas necessárias. Para mais detalhes, consulte a parte experimental específica de seu equipamento, descritas nos capítulos seguintes.
6. Faça uma simulação em Simulink do sistema com os valores de ξ e ω_n obtidos, com a finalidade de verificar se eles fazem sentido, ou seja, se geram uma resposta em simulação semelhante à resposta observada.
7. Utilize os dois valores de ξ e ω_n e as expressões deduzidas nesta seção para calcular o coeficiente de atrito, ganho de hardware e a massa do carrinho (ou momento de inércia do disco, dependendo do equipamento).

8. Registre os parâmetros estimados e o valor de K_p utilizado. Eles serão importantes para o próximo experimento.

7 Procedimento Experimental: Emulador Industrial

Nesta seção, detalhamos a etapa de medida do procedimento descrito na seção 6, levando em conta algumas especificidades do emulador. Lembre-se que um dos objetivos é estimar o momento de inércia. Neste caso, queremos estimar o parâmetro J_d , que engloba a inércia do disco de atuação mais inércias do motor, encoder, engrenagem e correia do disco de atuação. Em algumas medidas, vamos somar a J_d a inércia de massas colocadas sobre o disco, que dependem da quantidade de pesos e das suas distâncias aos centros dos respectivos discos. Convém lembrar que o momento de inércia de uma massa de forma cilíndrica, girando na direção longitudinal em torno do seu centro de gravidade é $(1/2)mr^2$, onde m é a massa e r é o raio do cilindro. O momento de inércia total desta massa quando seu centro está localizado a uma distância d do centro de rotação é

$$J_w = md^2 + \frac{1}{2}mr^2 \quad (22)$$

7.1 Medidas de resposta ao degrau

1. Desligue o controlador e remova temporariamente a cobertura acrílica do mecanismo. Remova os 4 pesos de 500[g] do disco de atuação. Recoloque a cobertura de acrílico antes de prosseguir para o próximo passo.
2. Com o controlador agora ligado, entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e selecione **Ts=0.002652s**, **Continuous Time Control**. Selecione **PID** e **Set-up Algorithm**. Selecione um valor de K_p , mantendo $K_d = 0$ e $K_i = 0$. Selecione **Implement Algorithm** e depois **OK**.
3. Selecione no menu **Command** a opção **Trajectory**, e escolha **Step** e **Closed Loop**. Defina uma amplitude e duração adequadas do degrau. Os parâmetros do degrau e o valor de K_p devem ser tais que permitam uma resposta sub-amortecida com tempo de chegar ao regime permanente.
4. Vá para **Set-up Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Encoder #1** como variável a adquirir, e especifique uma amostragem a cada **2** ciclos. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders.
5. Selecione **Execute** no menu **Command** e então **Run**. O disco oscilará em torno do degrau e então retornará. Os dados do encoder correspondentes à resposta sub-amortecida estão coletados. Selecione **OK** depois que os dados tenham sido carregados.

6. Selecione **Set-up Plot** no menu **Plotting** e escolha **Encoder # 1 Position**. Selecione **Plot Data**. Deve-se observar uma resposta sub-amortecida do disco de atuação;
7. Meça a amplitude inicial Y_1 e amplitude Y_n após n ciclos. Para medidas mais precisas, use a função Export Raw Data. Use o procedimento deduzido na Seção 6 para obter ξ e ω_n . Observe que o valor de regime deve também ser medido.
8. Desligue o controlador e remova temporariamente a cobertura de acrílico do mecanismo. Coloque 4 pesos de 500[g] sobre o disco de atuação, a 4,5[cm] do centro. Recoloque a cobertura de acrílico e repita os passos acima para medir novos valores de ξ e ω_n .

8 Procedimento Experimental: sistema retilíneo

Nesta seção, detalhamos a etapa de medida do procedimento descrito na seção 6, levando em conta algumas especificidades do sistema retilíneo.

1. Com o controlador desligado, solte todas as molas e fixe quatro massas de 500 [g] sobre o primeiro carro. Desloque o carro o máximo possível para a esquerda;
2. Com o controlador agora ligado, entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e defina **Ts=0.00442s**, **Continuous Time Control**. Selecione **PID** e **Set-up Algorithm**. Selecione um valor de K_p , mantendo $K_d = 0$ e $K_i = 0$. Selecione **Implement Algorithm** e depois **OK**.
3. Selecione no menu **Command** a opção **Trajectory**, e escolha **Step** e **Closed Loop**. Defina uma amplitude e duração adequadas do degrau. Os parâmetros do degrau e o valor de K_p devem ser tais que permitam uma resposta sub-amortecida com tempo de chegar ao regime permanente.
4. Vá para **Set-up Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Encoder #1** como variável a adquirir, e especifique uma amostragem a cada 2 ciclos. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders.
5. Selecione **Execute** no menu **Command** e então **Run**. O carro se deslocará para a esquerda e então retornará;
6. Selecione **Set-up Plot** no menu **Plotting** e escolha **Encoder # 1**. Selecione **Plot Data** no menu **Plotting**. Deve-se observar a resposta temporal do primeiro carro;
7. Meça a amplitude inicial Y_1 e amplitude Y_n após n ciclos. Para medidas mais precisas, use a função Export Raw Data. Use o procedimento deduzido na Seção 6 para obter ξ e ω_n . Observe que o valor de regime deve também ser medido.
8. Desligue o controlador e remova as quatro massas do carro. Repita os passos acima para medir novos valores de ξ e ω_n .

9 Procedimento Experimental: sistema torcional

Nesta seção, detalhamos a etapa de medida do procedimento descrito na seção 6, levando em conta algumas especificidades do sistema torcional.

Lembre-se que um dos objetivos é estimar o momento de inércia. Neste caso, queremos estimar o parâmetro J_1 , que engloba a inércia do primeiro disco mais inércias do motor, encoder, engrenagem e correia. Em algumas medidas, vamos somar a J_1 a inércia de massas colocadas sobre o disco, que dependem da quantidade de pesos e das suas distâncias aos centros dos respectivos discos. Convém lembrar que o momento de inércia de uma massa de forma cilíndrica, girando na direção longitudinal em torno do seu centro de gravidade é $(1/2)mr^2$, onde m é a massa e r é o raio do cilindro. O momento de inércia total desta massa quando seu centro está localizado a uma distância d do centro de rotação é

$$J_w = md^2 + \frac{1}{2}mr^2 \quad (23)$$

9.1 Medidas de resposta ao degrau

1. Com o controlador desligado, fixe quatro massas de 500 [g] no disco inferior. Os pesos devem ser fixados a $d = 9,0$ [cm] dos centros dos respectivos discos, e os pesos têm o raio $r = 4,95/2$ [cm];
2. Use apenas o primeiro disco, mais abaixo, deixando os outros vazios e desimpedidos;
3. Com o controlador agora ligado, entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e defina **Ts=0.00442s**, **Continuous Time Control**. Selecione **PID** e **Set-up Algorithm**. Selecione um valor de K_p , mantendo $K_d = 0$ e $K_i = 0$. Selecione **Implement Algorithm** e depois **OK**.
4. Selecione no menu **Command** a opção **Trajectory**, e escolha **Step** e **Closed Loop**. Defina uma amplitude e duração adequadas do degrau. Os parâmetros do degrau e o valor de K_p devem ser tais que permitam uma resposta sub-amortecida com tempo de chegar ao regime permanente.
5. Vá para **Set-up Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Encoder #1** como variável a adquirir, e especifique uma amostragem a cada **2** ciclos. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders.
6. Selecione **Execute** no menu **Command** e então **Run**. O carro oscilará em torno do degrau e então retornará;
7. Selecione **Set-up Plot** no menu **Plotting** e escolha **Encoder # 1**. Selecione **Plot Data** no menu **Plotting**. Deve-se observar a resposta temporal do disco inferior;

8. Meça a amplitude inicial Y_1 e amplitude Y_n após n ciclos. Para medidas mais precisas, use a função Export Raw Data. Use o procedimento deduzido na Seção 6 para obter ξ e ω_n . Observe que o valor de regime deve também ser medido.
9. Desligue o controlador e remova as quatro massas do disco. Repita os passos acima para medir novos valores de ξ e ω_n .

10 Procedimento Experimental: pêndulo invertido

10.1 Identificação da haste deslizante

Considere o diagrama de blocos do pêndulo apresentado na Fig. 15. Iremos adotar um controle em malha fechada para a posição da haste x , que se utiliza da medida da própria posição da haste deslizante. Note que os ganhos k_s , k_f e k_x serão incorporados ao controle.

Deseja-se determinar a massa da haste deslizante m_1 e o coeficiente de atrito viscoso c_1 , a partir da resposta ao degrau do sistema de controle em malha fechada, conforme mostrado na Fig. 22.

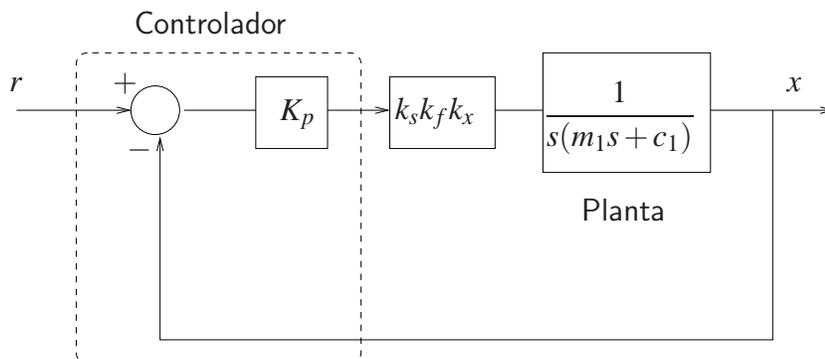


Figura 22: Controle em malha fechada da haste do pêndulo: controlador proporcional K_p .

Nesta figura a malha é fechada por realimentação unitária, gerando-se um sinal de erro. O sinal de controle será proporcional a este erro. A função de transferência de malha fechada é então obtida na forma

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{K_p k_s k_f k_x / m_1}{s^2 + c_1 s / m_1 + K_p k_s k_f k_x / m_1} \quad (24)$$

que pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (25)$$

donde deduzimos que,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_p k_s k_f k_x}{m_1}}, \quad \xi = \frac{1}{2\omega_n} \left(\frac{c_1}{m_1} \right) \quad (26)$$

Comparando-se as equações (24) e (25) fica evidente que medindo-se o valor de ξ a partir do **over-shoot** na resposta ao degrau ou ao impulso, e medindo-se a frequência amortecida ω_d , podemos determinar os parâmetros m_1 e c_1 , dado que o valor do produto dos ganhos $k_s k_f k_x$ é conhecido a priori.

10.2 Estimação do momento de inércia do pêndulo invertido

Nesta seção será apresentada uma técnica para estimação do momento de inércia do pêndulo invertido. Uma aproximação geralmente utilizada para o cálculo do momento de inércia total do pêndulo é dada pela expressão a seguir:

$$J^* = J_0^* + m_1 \ell_0^2 + m_{w2} \ell_{w2}^2 \quad (27)$$

onde assume-se que a massa da haste deslizante e a massa do contrapeso estão concentradas em seus centros de massa.

No desenvolvimento a seguir, assume-se por um lado que são conhecidas (ou de fácil medida) as massas do contrapeso (m_{w2}) e da haste deslizante (m_1), e as respectivas distâncias (ℓ_{w2}) e (ℓ_0) de seus centros de massa ao pivô principal do pêndulo. Por outro lado, assume-se que são desconhecidos a massa da haste principal, seu centro de massa e seu momento de inércia.

A estratégia de identificação do momento de inércia da haste principal do pêndulo (J_0^*) consiste em realizar duas medidas da frequência de oscilação do pêndulo (com a haste deslizante travada) com diferentes posicionamentos para o contra-peso. Como se verá a seguir, estas medidas são suficientes para a obtenção de uma estimativa do momento de inércia da haste principal.

Inicialmente, considere-se o pêndulo físico (oscilação planar de um sólido em torno de um eixo fixo) mostrado na Fig. 23. A equação clássica do movimento já linearizada, portanto válida para pequenos deslocamentos do ângulo θ é dada por

$$J\ddot{\theta} - gm_T \ell_T \theta = 0 \quad (28)$$

onde:

J : momento de inércia do sólido em relação ao eixo de oscilação;

m_T : massa total do sólido;

ℓ_T : distância com sinal do centro de massa do sólido ao eixo de oscilação;

g : aceleração da gravidade.

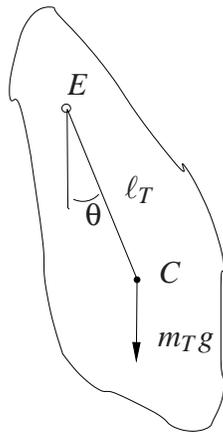


Figura 23: Pêndulo físico com massa m_T . E eixo do pivô, C centro de massa.

A frequência de oscilação é dada por:

$$\omega_n = \sqrt{-\frac{gm_T \ell_T}{J}} \quad (29)$$

donde:

$$-m_T \ell_T = \frac{J \omega_n^2}{g} \quad (30)$$

Suponha-se agora que sejam realizadas medidas da frequência de oscilação do pêndulo para duas configurações diferentes, de modo que para cada configuração seja utilizado um valor diferente para a variável ℓ_{w2} (distância do centro de massa do contrapeso ao pivô). É imediato concluir que em cada caso o pêndulo apresentará um momento de inércia total distinto. Sejam:

ℓ_1 : valor utilizado para o parâmetro ℓ_{w2} correspondente à primeira configuração;

J_1 : inércia total do pêndulo correspondente à primeira configuração;

ω_1 : frequência angular medida para a primeira configuração;

ℓ_2 : valor utilizado para o parâmetro ℓ_{w2} correspondente à segunda configuração;

J_2 : a inércia total do pêndulo correspondente à segunda configuração;

ω_2 : frequência angular medida para a segunda configuração.

A partir da equação (27) é possível escrever as seguintes equações:

$$J_1 = J_a + m_{w2} \ell_1^2 \quad (31)$$

$$J_2 = J_a + m_{w2} \ell_2^2 \quad (32)$$

onde:

$$J_a = J_0^* + m_1 \ell_0^2 \quad (33)$$

O momento de inércia J_a corresponde ao conjunto formado pela haste principal e pela haste deslizante.

Sejam m_a a massa do conjunto formado pela haste principal e pela haste deslizante e ℓ_a a distância do centro de massa deste mesmo conjunto ao pivô do pêndulo. O centro de massa do pêndulo, cuja distância ao pivô é ℓ_T pode ser obtido a partir da fórmula clássica para o centro de massa:

$$m_T \ell_T = m_a \ell_a + m_{w2} \ell_{w2} \quad (34)$$

Substituindo-se a equação (30) na equação anterior para os dois conjuntos de medidas (com pequenos deslocamentos), obtém-se:

$$-\frac{J_1 \omega_1^2}{g} = m_a \ell_a + m_{w2} \ell_1 \quad (35)$$

$$-\frac{J_2 \omega_2^2}{g} = m_a \ell_a + m_{w2} \ell_2 \quad (36)$$

Substituindo-se as expressões (31) e (32) para J_1 e J_2 respectivamente nas equações (35) e (36), obtém-se um par de equações que permite eliminar o produto $m_a \ell_a$ e calcular o valor de J_a . Feitas as substituições, o resultado é:

$$J_a = m_{w2} \frac{\ell_2^2 \omega_2^2 - \ell_1^2 \omega_1^2 - g \ell_2 + g \ell_1}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (37)$$

Finalmente, utilizando-se a definição do momento J_a (equação 33) e a equação anterior obtém-se o momento de inércia da haste principal J_0^* como

$$J_0^* = m_{w2} \frac{\ell_2^2 \omega_2^2 - \ell_1^2 \omega_1^2 - g \ell_2 + g \ell_1}{\omega_1^2 - \omega_2^2} - m_1 \ell_0^2 \quad (38)$$

Nesse experimento faremos a confirmação da massa da haste deslizante, utilizando um controlador proporcional para essa haste e realizando ensaios. Na segunda parte trava-se a haste deslizante e executa-se movimentos com o pêndulo, afim de confirmarmos o momento de inércia da haste principal do pêndulo. Guarde (salve) todos os gráficos utilizados nas medidas para inclusão no relatório.

10.3 Cálculo da massa da haste deslizante

Nesta parte do experimento iremos utilizar um controle do tipo proporcional como detalhado na seção 10.1, para se obter uma resposta sub-amortecida do sistema em malha fechada.

1. Desligue o controlador e remova os dois pesos “orelha” da haste deslizante. Trave a haste principal do pêndulo utilizando um calço ajustado ao contrapeso, e ajuste a haste deslizante colocando-a na posição central.
2. Com o controlador agora ligado, entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e selecione **Ts=0.004420s**, **Continuous Time Control**. Selecione **PID** e **Set-up Algorithm**. Entre com os valores $K_p = 0.09$ ($K_d = 0$ e $K_i = 0$), selecione **Encoder #2** e **OK**. Selecione **Implement Algorithm** e depois **OK**.
3. Selecione no menu **Command** a opção **Trajectory**, e escolha **Step** e **Closed Loop**. Defina a amplitude do degrau como 1000 [counts], duração (**dwell time**) de 1000ms e repetição 1. Desabilite a opção **Unidirectional Moves**.
4. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders.
5. Selecione **Execute** no menu **Command** e então **Run**. A haste fará movimento oscilatório em torno do ponto central. Os dados do encoder correspondentes a resposta sub-amortecida estão coletados. Selecione **OK** depois que os dados tenham sido carregados.
6. Selecione **Set-up Plot** no menu **Plotting** e escolha **Encoder # 2 Position**. Selecione **Plot Data**. Deve-se observar uma resposta sub-amortecida da posição da haste.
7. Meça a amplitude inicial Y_0 e amplitude Y_n após n ciclos. Para medidas mais precisas, pode-se ampliar a área de interesse do gráfico através da opção **Axis Scaling** do menu **Plotting**. Use o procedimento descrito na Seção 5.2 para obter ξ e ω_n . Observe que o valor de regime é pequeno porém não nulo, e deve ser medido para o cálculo de X_0 e X_n .
8. Utilize as expressões de ξ e ω_n em função dos parâmetros m_1 , c_1 e ganhos de hardware k_s , k_f e k_x , para o pêndulo com controle de haste, dados em (26) na Seção 10.1. Determine os valores da massa da haste m_1 e do coeficiente de atrito viscoso c_1 . Comente sobre a precisão dos resultados obtidos, verificando o valor de m_1 dado pelo fabricante e fornecido do roteiro da **Experiência 3**.

10.4 Cálculo do momento de inércia da haste principal

1. Com o sistema de atuação desligado, certifique-se que os dois pesos “orelha” da haste deslizante foram removidos. Trave essa haste no centro de sua excursão utilizando um elástico.
2. Remova o calço da haste principal, e ajuste a distância do contra-peso ao pivô para $\ell_t = 8[cm]$ que corresponde ao parâmetro $\ell_{w2} = 11,75[cm]$, vide Fig. 4;
3. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e ajuste **Ts=0.00442s**. Vá para **Set up Data Acquisition** no menu **Data** e selecione **Encoder #1** como

- variável a adquirir; especifique uma amostragem a cada **5** ciclos. Selecione **OK** para sair. Selecione **Zero Position** no menu **Utility** para zerar as posições dos encoders;
4. Certifique-se de que o pêndulo pode oscilar livremente. Selecione **Trajectory** no menu **Command**. Entre na caixa de diálogo **Step, Setup**. Escolhendo **Open-Loop Step**, defina um degrau de amplitude **0**, duração de **10000 ms** e **1** repetição. Retorne à **Background Screen** clicando **OK** sucessivamente. O controlador agora está ajustado para adquirir 20s de dados, mas sem atuação do motor. Este procedimento pode ser repetido e a duração do degrau ajustada para variar o período de aquisição de dados;
 5. Selecione **Execute** no menu **Command**. Desloque manualmente o pêndulo aproximadamente 10° [graus] da vertical e então solte-o. O pêndulo invertido *estável* oscilará e lentamente retornará à posição de equilíbrio, ao mesmo tempo em que os dados do Encoder #1 são coletados para registrar a resposta do pêndulo. Selecione **OK** depois dos dados terem sido carregados;
 6. Selecione **Setup Plot** no menu **Plotting** e escolha **Encoder #1 Position**. Selecione **Plot Data** no menu **Plotting**. Deve-se observar o registro da resposta do pêndulo;
 7. Meça o período de oscilação do pêndulo T (em segundos), considerando o tempo necessário para vários ciclos dividido pelo número de ciclos. Meça também o valor de picos sucessivos e utilize os resultados da seção 5.2 para calcular o fator de amortecimento (ξ) e a frequência natural (ω_n) do sistema;
 8. Ajuste a distância do contra-peso ao pivô para $\ell_t = 10$ [cm] que corresponde ao parâmetro $\ell_{w2} = 13,75$ [cm], vide Fig. 4. Repita os itens 3 a 7 anteriores;
 9. De posse dos valores de ℓ_{w2} e das correspondentes frequências de oscilação medidas, obtenha o momento de inércia da haste principal através da equação (38). Comente sobre a precisão dos resultados obtidos, verificando o valor de J_0^* dado pelo fabricante e apresentado na **Tabela 2** do roteiro da **Experiência 4**.
 10. Faça uma simulação do modelo linear obtido para o pêndulo com a haste deslizante bloqueada, e compare com as curvas correspondentes da simulação não-linear da **Experiência 4**. Explique brevemente qual foi o objetivo do experimento e que passos foram seguidos para atingi-lo. Discuta as aproximações adotadas no procedimento experimental de identificação.

11 Procedimento Experimental: levitador magnético

Para a identificação do Levitador Magnético vamos assumir que o modelo a ser adotado é o **Modelo Linearizado** por compensação das não-linearidades do **Atuador** e do **Sensor**, conforme descrito anteriormente.

A função não-linear $y_{1_{raw}} = f_s(y_1)$ é fornecida e a compensação será sempre feita automaticamente quando se optar pelo modo **Set-up Sensor Calibrator** no menu **Set-up**. Os parâmetros desta função são carregados pelo programa `cal_2007.cfg`. A função não-linear do atuador será identificada e compensada no procedimento descrito a seguir.

11.1 Identificação do atuador não-linear

Conforme já visto, a função que expressa a força mecânica que age sobre o magneto é dada pela equação (6). A determinação desta função será feita através da medida de posição em regime permanente do magneto, para cada valor de corrente aplicada à bobina #1. De posse de uma tabela com as medidas correspondentes determina-se $F_{u_{11}}(y_1, u_{11})$ pelo método dos mínimos quadrados. Com isso teremos os parâmetros a e b da função desejada. No software de controle que descrevemos na próxima seção, o sinal de controle será multiplicado pela inversa desta função e com isto a não-linearidade do atuador estará sendo compensada a cada instante de amostragem do controlador.

É importante observar que o regime permanente ocorre quando a força peso se iguala à força mecânica produzida pela ação da corrente na bobina. Nesta situação teremos a seguinte condição de equilíbrio, para cada valor de corrente.

$$F_{u_{11}}(y_{1_{regime}}, u_{11}) = m_1 g \quad (39)$$

11.2 Identificação do modelo linearizado por compensação

Considerando o **Caso Monovariável (SISO)** já estudado na experiência anterior, vemos que o modelo com compensação das não-linearidades é obtido com o prévio conhecimento da massa m_1 , cuja medida pode ser feita através de uma balança de precisão.

Os outros parâmetros do modelo, que são ganho do sistema k_{hw} e coeficiente de atrito viscoso c_1 , poderão ser determinados a partir da resposta ao degrau de um sistema de controle em malha fechada, conforme mostrado na Fig. 24.

Nesta figura a malha é fechada por realimentação unitária, gerando-se um sinal de erro e conseqüentemente um sinal de controle que será proporcional a este. A função de transferência de malha fechada será então obtida através de manipulação algébrica, e terá a forma da equação (40).

$$\frac{Y_1(s)}{R(s)} = \frac{K_p k_{hw} / m_1}{s^2 + c_1 s / m_1 + K_p k_{hw} / m_1} \quad (40)$$

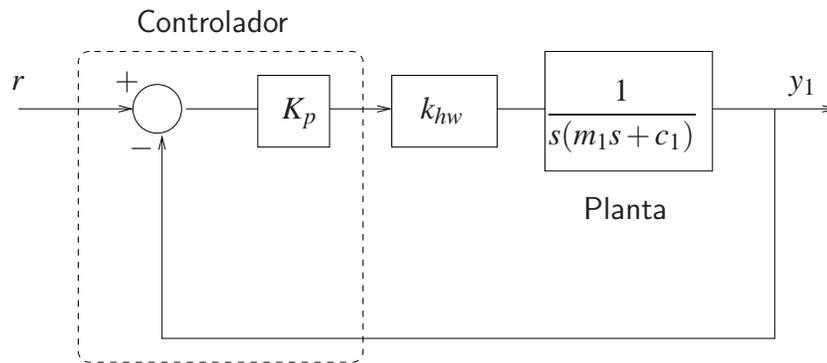


Figura 24: Controle em malha fechada do levitador magnético: controlador proporcional K_p .

Esta função de transferência é de segunda ordem, e pode ser escrita na forma canônica evidenciando a **frequência natural** ω_n e o **fator de amortecimento** ξ deste sistema de controle, na forma

$$\frac{Y_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (41)$$

donde deduzimos que,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_p k_{hw}}{m_1}}, \quad \xi = \frac{1}{2\omega_n} \left(\frac{c_1}{m_1} \right) \quad (42)$$

Comparando-se as equações (40) e (41) fica evidente que medindo-se o valor de ξ a partir do **over-shoot** na resposta ao degrau, e medindo-se a frequência amortecida ω_d , podemos determinar os parâmetros k_{hw} e c_1 , uma vez que o valor da massa foi medido e é conhecido a priori.

Na primeira parte do experimento obtém-se através de medidas a melhor curva de calibração para a força de interação magnética $F_{u_{11}}$ como função da posição y_1 e da corrente na bobina u_1 . Na segunda parte um controlador proporcional é implementado para realizar medidas do atrito viscoso, ganho de hardware e confirmação da massa do disco. Guarde (salve) todos os gráficos utilizados nas medidas para inclusão no relatório.

11.3 Identificação do atuador não-linear

1. Ligue o controlador. Entre no menu **Set-up** e selecione **Set-up Sensor Calibrator**. Selecione **Calibrate Sensor** e **Apply Thermal Compensation**. Utilize os valores de e , f , g e h que se encontram disponíveis no arquivo `cal_2007.cfg`. Para isso, basta carregar este arquivo de configuração através do menu **File**;

- No menu **Set-up**, selecione **Control Algorithm** e carregue o programa `Atuador.alg` através da opção **Load from disk**. Selecione **Implement Algorithm**; este programa tem a seguinte forma:

```
begin
control_effort1=5000
end
```

Sua função é definir o valor de corrente na bobina #1 a fim de deslocar o magneto #1 até uma determinada altura. No exemplo acima o valor da corrente é de 5000[*counts*] que corresponde a 0,5[A].

- Varie no programa acima o valor da corrente de 2000 a 11000 [counts], em intervalos de 1000 [counts]. Leia a altura do magneto em [cm] com a máxima precisão possível, procurando manter sempre uma única posição angular para o magneto. Construa uma tabela com os valores obtidos.
- Rode, no Matlab, um programa para a determinação da função $F_{u_{11}}(y_1, u_{11})$. Este programa tem a seguinte forma:

```
close all;
Y1med=[M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6 M_7 M_8 M_9 M_10]'; % em cm.
U1apl=[2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000 11000 ]';
N=4.0; % expoente da pot\^{e}ncia
m=MASSA MEDIDA; g=9.8; % massa do disco m=0.118[kg]
for b=0:.01:10
    U=m*g*[(Y1med+b).^N];
    a=U\U1apl;
    Y1aval=Y1med;
    U1aval=m*g*a*[(Y1aval+b).^N] ;
    e=U1apl-U1aval;
    J=e'*e;
    figure(1); hold on; plot(b,J,'.');
    title('escolha de b para erro quadr\{a}tico m\{\i}nimo')
end;
grid;
min=ginput(1); pause;
b=min(1)
U=m*g*[(Y1med+b).^N];
a=U\U1apl;
Y1aval=Y1med;
U1aval=m*g*a*[(Y1aval+b).^N];
Klinear=U1aval./U1apl;
figure(2);plot(Y1med,U1apl,'o',Y1aval,U1aval,'+'),grid;title('Finversa')
figure(3);plot(Y1med,Klinear,'-'),grid;title('Klinear')
```

Neste programa varia-se o parâmetro b e determina-se o parâmetro a que leva à inversa da função $F_{u_{11}}(y_1, u_{11})$ correspondente. A seguir determina-se o erro quadrático para cada valor de b e a encontrados. Terminado o ciclo do “for” que

produz a variação em b , plota-se a função de custo $J = e'e$, o que permite escolher graficamente o valor de b que dá o mínimo custo J_{min} . Fixa-se este valor de b e determina-se o valor de a correspondente.

5. Insira os valores¹ $a/10.000$ e b determinados no item anterior no algoritmo de controle proporcional P.alg, produzindo a função inversa $a(y_1 + b)^4$.

11.4 Medidas do ganho do sistema k_{hw} e do coeficiente de atrito viscoso c_1

1. Ligue o controlador. Entre no menu **Set-up** e selecione **Set-up Sensor Calibrator**. Selecione **Calibrate Sensor** e **Apply Thermal Compensation**. Utilize os valores de e , f , g e h , que se encontram disponíveis no arquivo `cal_2007.cfg`. Para isso, basta carregar essa configuração através do menu **File**;
2. No menu **Set-up**, selecione **Control Algorithm** e ajuste **Ts=0.001768s**. Também carregue o programa P.alg através da opção **Load from disk** a seguir selecione **Edit Algorithm** e carregue os valores de a e b encontrados no procedimento em 11.3 de identificação do atuador. Salve o algoritmo modificado na opção **Save changes and quit** e selecione **Implement Algorithm**;

Após esse comando, o magneto deve se deslocar 1,0[cm].

Este controlador implementa um algoritmo de controle proporcional, juntamente com as compensações dinâmicas que eliminam as não-linearidades do atuador e do sensor. O ganho proporcional utilizado é $K_p = 0.1$.

3. No menu **Data** vá para **Set-up Data Aquisition** e selecione **Commanded Position 1** e **Variable Q10**. Especifique **Data Sample Period: 5 Ciclos**;
4. No menu **Command** selecione a opção **Trajectory 1** e escolha a opção **Step**. Selecione **Set-up** e defina os seguintes parâmetros: **Amplitude: 5000 [counts]**, **Dwell Time: 3000 [ms]** e **1 repetition**. Em seguida habilite a opção **Unidirectional Moves**;
5. No menu **Command** selecione **Execute**, a seguir **Normal Data Sample** e **Execute Trajectory 1**. Então acione **Run**.

6. No menu **Plotting** selecione **Set-up Plot**, e escolha **Variable Q10** e **Commanded Position** e em seguida acione **Plot Data**;

Deve-se observar, no gráfico obtido, uma resposta sub-amortecida para a variável Q10.

7. Meça a amplitude inicial Y_0 e a amplitude Y_n após n ciclos de Q10. Para medidas mais precisas pode-se ampliar a área de interesse do gráfico, através da opção **Axis**

¹A divisão por 10^4 passa a expressar a na unidade counts ($1 [\text{count}] = 10^{-4} [\text{cm}]$).

Scaling no menu **Plotting**. Use o procedimento descrito na Seção 5.2 para obter ξ e ω_n . Observe que o valor de regime deve ser medido para o cálculo de X_0 e X_n ;

- Com o valor $m_1 = 123[\text{g}]$, determine o coeficiente de atrito viscoso c_1 e o ganho de hardware k_{hw} a partir das expressões (42), que os relacionam (c_1, k_{hw}, m_1) com (ξ, ω_n) . Comente os resultados obtidos. Faça uma simulação do modelo linear obtido e compare com a curva correspondente da simulação não-linear da **Experiência 4**.

Explique brevemente qual foi o objetivo do experimento e que passos foram seguidos para atingi-lo. Discuta as aproximações adotadas no procedimento experimental de identificação.

Referências

- [1] Ogata, K., *Engenharia de Controle Moderno*, 2a. Edição, Prentice-Hall do Brasil, 1993.
- [2] Franklin, G. F., Powell, J. D., Emami-Naeini, A., *Feedback Control of Dynamic Systems*, 2nd Edition, Addison-Wesley, 1990.
- [3] Manual for Model 220 – Industrial Emulator/Servo Trainer, ECP, 1995.
- [4] Manual for Model 210/210a – Rectilinear Control System, ECP, 1998.
- [5] Manual for Model 205/205a – Torcional Control System, ECP, 1997
- [6] Manual for Model 505 – Inverted Pendulum, ECP, 1994.
- [7] Manual for Model 730 – Magnetic Levitation System, ECP, 1999.